6. Zeigen Sie für beliebige Teilmengen A, B, C einer Menge R:

$$(A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A) = (A \cup B) \cap (B \cup C) \cap (C \cup A)$$

7. Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=1}^{n} k(k-1) = \frac{1}{3} n(n^2-1).$$

8. (Klausuraufgabe 2012): Zeigen Sie, dass für alle natürlichen Zahlen $n \geq 4$ gilt:

$$\sum_{k=4}^{n} \frac{1}{k^2-5k+6} = 1 - \frac{1}{n-2}.$$

9. (a) Finden Sie eine natürliche Zahl t für die gilt: $2^{2t} \leq t!$. Beweisen Sie für alle natürlichen Zahlen $n \geq t$: $2^{2n} \leq n!$.

   (b) Beweisen Sie für alle natürlichen Zahlen $n \geq 4$: $3^n > n^3$. (Was passiert, wenn Sie versuchen, dies bereits für $n \geq 1$ zu beweisen?)

10. Beweisen Sie für die durch

$$a_0 = 3, \ a_n = 3 - \frac{2}{a_{n-1}}, \qquad n \geq 1$$

rekursiv definierte Folge $(a_1, a_2, \ldots)$ die folgende explizite Darstellung:

$$a_n = 2 + \frac{1}{2^{n+1}-1}.$$

11. Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$:

   (a) $\displaystyle\sum_{l=0}^{n} \binom{n}{l} = 2^n$

   (b) $\displaystyle\sum_{l=0}^{n} (-1)^l \binom{n}{l} = 0$

   (c) $\displaystyle\sum_{l=0}^{n} l \binom{n}{l} = n2^{n-1}$

Info: Vorläufige Klausurtermine stehen auf der Vorlesungswebseite.
`https://www.math.tugraz.at/~elsholtz/WWW/lectures/ws16/analysisT1/vorlesung.html`