32. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $x \mapsto x^4 - 9$. Ist f injektiv? Ist f surjektiv? Geben Sie gegebenenfalls eine möglichst große Teilmenge $D \subseteq \mathbb{R}$ an, sodass $f : D \to \mathbb{R}$ injektiv ist. Geben Sie weiters gegebenenfalls eine möglichst große Teilmenge $B \subseteq \mathbb{R}$ an, sodass $f : \mathbb{R} \to B$ surjektiv ist.

33. Seien f, g bijektive Abbildungen von M nach M. Zeigen Sie, dass auch $f \circ g$ eine bijektive Abbildung von M nach M ist.

34. Für die nachstehende Funktionen ist zu jedem $\epsilon > 0$ ein $\delta_\epsilon > 0$ so zu bestimmen, dass aus $|x - x_0| < \delta_\epsilon$ die Beziehung $|f(x) - f(x_0)| < \epsilon$ folgt.
$$f(x) = x^3, \quad D(f) = \mathbb{R}.$$

35. Untersuchen Sie, in welchen Punkten die folgenden Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig sind:
$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} -x & \text{falls } x < 0 \text{ oder } x > 1 \\ x^2 & \text{sonst} \end{cases} \qquad \text{(Skizze!)}$$
$$(b) \quad f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & \text{falls } -1 \leq x \leq 0 \\ 1 - x & \text{sonst} \end{cases} \qquad \text{(Skizze!)}$$
Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Stetigkeit in $[-\pi, \pi]$:
$$(c) \quad f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x} & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0 \end{cases} \qquad \text{(Skizze!)}$$
$$(d) \quad f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0 \end{cases} \qquad \text{(Skizze!)}$$

36. Es seien zwei Funktionen definiert durch $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ und $g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}$.
    (a) Zeigen Sie, dass die Potenzreihe von g für alle $x \in \mathbb{C}$ konvergiert, d.h., dass die Funktion für $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ definiert ist.
    (b) Beweisen Sie, dass $f(x) = \frac{1}{2}(\exp(x) - \exp(-x))$ und $g(x) = \frac{1}{2}(\exp(x) + \exp(-x))$ gilt.
    (c) Beweisen Sie, dass $g^2(x) - f^2(x) = 1$ gilt.
    (d) Weisen Sie $g(x + y) = g(x)g(y) + f(x)f(y)$ nach.
    (e) Benutzen Sie die Potenzreihe, um $f(ix)$ durch $\sin(x)$ auszudrücken.
    (f) Finden Sie analog einen Ausdruck für $g(ix)$.