

37. Es sei  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ . Berechnen Sie die ersten Koeffizienten der Potenzreihe der Tangensfunktion (entwickelt um  $x_0 = 0$ ), bis zum Koeffizienten von  $x^7$ .

Anleitung: Es sei  $\frac{\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n}{\sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n} = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ . Wenn die  $a_n$  und  $b_n$  bekannt sind, kann man nacheinander  $c_0, c_1, \dots$  ausrechnen.

38. Drücken Sie  $\sin(5s)$  nur durch  $\sin(s)$  (und Potenzen hiervon) aus.

39. Berechnen Sie die Summen

(a) 
$$\sum_{k=1}^n \cos(2k-1)x$$

(b) 
$$\sum_{k=1}^n \sin(2k-1)x,$$

indem Sie die Formel  $e^{ix} = \cos x + i \sin x$  verwenden.

40. (a) Geben Sie alle reellen Lösungen  $x$  von  $\cosh x = 2$  an.

(b) Die komplexe Funktion  $\cosh z$  ist analog zur reellen definiert, für alle  $z \in \mathbb{C}$ . Entweder über die Potenzreihe, oder als  $\cosh z = \frac{e^z + e^{-z}}{2}$ . Geben Sie alle komplexen Lösungen  $z$  von  $\cosh z = \frac{1}{2}$  an.

41. Sei  $z = x + iy$ . Stellen Sie Real- und Imaginärteil von  $\sin(z)$  als Funktionen von  $x$  und  $y$  dar.

42. Geben Sie alle(!) komplexen Werte von  $i^i$  und  $1^{2i}$  an.

43. Geben Sie alle komplexen Lösungen von  $z^6 + (2 - 6i)z^3 = 11 + 2i$  an. Geben Sie die Lösungen jeweils in kartesischen und in Polarkoordinaten an. (Hinweis: Lösen Sie mit  $w = z^3$  zunächst eine quadratische Gleichung in  $w$ .)

Hinweis (nur für Analysis 1a (STEOP)): Ihre 2. Klausur ist am 12.12., 18-20 Uhr in P1. Wir melden alle, die zur 1. Klausur angemeldet waren, automatisch für den 12.12. an. (Aufgrund des Punkteschemas sollten natürlich alle die 2. Klausur mitschreiben).