

48. Geben Sie für die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = e^{\sin x}$ an:
 f' , f'' , alle Nullstellen, Extremstellen, Wendestellen, genaues Verhalten für $x \rightarrow \infty$ und $x \rightarrow 0$. Skizze. Geben Sie (mit Begründung) den genauen Wertebereich der Funktion an.

49. Ermitteln Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

$$(a) \int x^3 \ln x \, dx \quad (b) \int x^n \ln x \, dx \text{ allgemein, für eine natürliche Zahl } n$$

$$(c) \int x^3 \sin x \, dx \quad (d) \int \cos^4 x \, dx \quad (e) \int \sqrt{x^2 + 1} \, dx \text{ Hinweis: } x = \sinh t$$

50. Integrieren Sie:

$$(a) \int \frac{x^3 - 2x^2 + x + 5}{x^2 - 1} \, dx.$$

$$(b) \int \frac{2x + 1}{x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1} \, dx.$$

$$(c) \int \frac{dx}{\sin x \cos x}.$$

$$(d) \int \frac{dx}{\sinh x}.$$

$$(e) \int \sqrt{x^2 - 1} \, dx.$$

$$(f) \int \frac{x \, dx}{\sqrt{x^2 + 1} + x}.$$

51. Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten Integrale

$$(a) \int \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^3 - 1} \, dx$$

$$(b) \int \frac{\sin(x)}{1 - \cos(x)} \, dx$$

$$(c) \int \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} \, dx \text{ (Hinweis: } t = x^2 + 2x + 2)$$

$$(d) \int \frac{\sin(x) - \cos(x)}{\sin(x) + \cos(x)} \, dx$$

$$(e) \int \frac{x^3 - 3x^2 + 2x + 7}{x^2 - x - 6} \, dx$$

$$(f) \int \frac{x^3 + 5x^2 - 7x + 6}{(x + 1)(x^2 + 2x + 2)} \, dx$$

52. Integrieren Sie: $\int \frac{35 - 22x + 3x^2}{-18 + 21x - 8x^2 + x^3} \, dx$.

53. Berechnen Sie

$$\int_0^2 x(\sqrt{x+1})^3 \, dx.$$