Differentialgleichungen **WS 2018/2019** **2. Übungsblatt**

6. Lösen Sie die Anfangswertaufgaben

   a) $y' = \frac{y}{x} + \cosh\left(\frac{2y}{x}\right), \quad y(1) = 1,$

   b) $5\frac{y^2}{x} - 4y = xy', \quad y(2) = 5.$

7. Prüfen Sie, ob die Differentialgleichungen

   a) $(y - x^3) + (y^3 + x)y' = 0,$

   b) $\cos x \cos y - (\sin x \sin y + y^2)y' = 0$

   exakt sind, und lösen Sie sie gegebenenfalls.

8. Gegeben sei das Anfangswertproblem

   $$y' = 2xy, \quad y(0) = 3.$$

   Berechnen Sie, ausgehend von $y_0(x) \equiv 3$, mit Hilfe der Picard-Iteration die Approximationen $y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$. Raten Sie die allgemeine Form der n-ten Approximation und beweisen Sie diese.

   Berechnen Sie dann den Grenzwert $\lim_{n\to} y_n(x)$ und verifizieren Sie das Ergebnis auf andere Weise. (z.B. Dgl. alternativ lösen, oder Probe machen).

9. Gegeben sei das Anfangswertproblem

   $$y' = x - y, \quad y(0) = 1.$$

   Berechnen Sie, ausgehend von $y_0(x) \equiv 1$, mit Hilfe der Picard-Iteration die Approximationen $y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$. Raten Sie die allgemeine Form der n-ten Approximation und beweisen Sie diese.

   Berechnen Sie dann den Grenzwert $\lim_{n\to} y_n(x)$ und verifizieren Sie das Ergebnis auf andere Weise. (z.B. Dgl. alternativ lösen, oder Probe machen).

10. Lösen Sie die angegebenen Anfangswertprobleme

    a) $y' = \frac{3y}{x} + x^3, \quad y(1) = 2, \quad$ für $x > 0$,

    b) $y' - \frac{1}{2x-1}y = x^2 + x, \quad y(1) = 2, \quad$ für $x > \frac{1}{2}$.