

Bsp01

1. Man berechne $A \cdot B$ für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 3 & -1 \\ 5 & -2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

sowie $B^T \cdot A^T$ einmal direkt und dann unter Verwendung der Relation $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$

2. Mit der Matrix B von Bsp. 1 und

$$\tilde{e}_1 = (1, 0, 0), \quad \tilde{e}_2 = (0, 1, 0), \quad \tilde{e}_3 = (0, 0, 1) \in M(1 \times 3)$$

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad e_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad e_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \in M(4 \times 1)$$

berechne man

$$\tilde{e}_k \cdot B, \quad k = 1, 2, 3 \quad \text{und} \quad B \cdot e_j, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

3. Man berechne:

(a) A^2, A^3, A^4 für $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

(b) B^2, B^3, B^4 für $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

(c) C^2, C^3, C^4 für $C = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$

(Diskutieren Sie die geometrische Interpretation der Matrix C !)

4. Sei

$$C = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Unter Verwendung des Ergebnisses von Bsp. 3c gebe man C^{2017} an. Begründung!

Tutorium Numerisches Rechnen und lineare Algebra

5. Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Man berechne die Matrix $X \in M(2 \times 2)$ für die gilt:

$$2(A - B + X) = 3(X - A^T)$$

6. Die Gleichung

$$ax + by = c$$

beschreibt in der xy -Ebene eine Gerade.

Für die folgenden Gleichungssysteme bestimme man, falls möglich, die Lösung.

Wo ist die Lösung eindeutig bestimmt, wo gibt es unendlich viele Lösungen, wo existiert keine Lösung.

Geometrische Interpretation!

$$\begin{array}{l} 2x + y = 1 \quad 3x - 2y = 4 \quad 2x - 4y = 1 \\ 3x - 2y = 3 \quad -6x + 4y = -8 \quad x - 2y = 1 \end{array}$$