

## Tutorium Numerisches Rechnen und lineare Algebra

---

### Bsp04

20. Berechnen Sie die Determinante  $D_n$  der Matrizen  $M_n = (m_{ij})$ , wobei  $m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{wenn } i \neq j \\ 0 & \text{wenn } i = j \end{cases}$   
für  $1 \leq i \leq n$  und  $1 \leq j \leq n$ .

21. Welche der folgenden Mengen sind Unterräume des Vektorraums der reellen Funktionen in einer Variablen,  $V = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}$ :

(i)  $\{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : f(0) = 1\}$

(ii)  $\{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = 0\}$  für alle bis auf endliche viele  $x$

(iii)  $\{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = -f(-x)\}$  (ungerade Funktionen).

22. Berechnen Sie den Winkel zwischen  $u$  und  $v$ :

$$u = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

23. Berechnen Sie  $u \times v$  für

c)  $u = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix}.$

24. Gegeben seien die vier Eckpunkte eines regulären Tetraeders:

$$Q_1 = (0, 0, 1), Q_2 = (0, \sqrt{8}/3, -1/3), Q_3 = (\sqrt{2/3}, -\sqrt{2}/3, -1/3), Q_4 = (-\sqrt{2/3}, -\sqrt{2}/3, -1/3).$$

Die Abstände zweier Punkte sind jeweils

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = \sqrt{\frac{8}{3}}.$$

Berechnen Sie das Volumen des Tetraeders. (Volumen des Tetraeders ist ein Sechstel des Volumens des von drei Vektoren aufgespannten Spates: Faktor 1/2 kommt von Dreiecksfläche, und Faktor ein Drittel wegen  $V=1/3$  Fläche mal Höhe.)