Tutorium Numerisches Rechnen und lineare Algebra

Bsp05

25. Man prüfe folgende Vektoren im $\mathbb{R}^4$ auf lineare Unabhängigkeit:

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Ist

$$w = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \in L(v_1, v_2, v_3)\ ?$$

26. Man bestimme diejenigen Werte von $x \in \mathbb{R}$, für die die Vektoren $(1,2,1)$, $(1,x,-1)$, $(1,-2,-1)$ linear unabhängig sind.

27. Man bestimme eine Basis des von den folgenden Vektoren aufgespannten Vektorraumes

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \in \mathbb{R}^4$$

28. Man gebe die größte Anzahl von Vektoren aus der Familie

$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, u_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, u_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, u_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

an, die linear unabhängig sind.

29. Zu den Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

gebe man einen dritten Vektor w so an, dass die drei Vektoren v_1, v_2, w eine Basis des $\mathbb{R}^3$ bilden.