

Tutorium Numerisches Rechnen und lineare Algebra

39. Gegeben ist die lineare Abbildung

$$F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$$
$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \mapsto F \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - a_3 \\ a_2 - a_1 \\ a_1 - a_3 \\ a_2 - a_3 \end{pmatrix}$$

- (a) Man ermittle $M_{\mathcal{K}'}^{\mathcal{K}}(F)$, wobei $\mathcal{K} = \{e_1, e_2, e_3\}$ und $\mathcal{K}' = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$ die kanonischen Basen des \mathbb{R}^3 bzw. \mathbb{R}^4 sind.
- (b) Man untersuche, ob F injektiv bzw. surjektiv ist.
- (c) Man bestimme $\text{Kern}(F)$ durch die Angabe einer Basis.
- (d) Man bestimme $\text{Bild}(F)$ durch die Angabe einer Basis.
- (e) Man entscheide, ob der Vektor

$$v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

im Bild von F liegt.

Aufgaben 53 und 54 aus der Übungssammlung