

### Bsp08

40. Man betrachte die folgenden Skalarprodukte im  $\mathbb{P}_2$ :

(a)

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t) \cdot g(t) dt$$

(b)  $\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(t) \cdot g(t) dt$

Für  $f(t) = t, g(t) = 1 + \frac{3}{2}t^2$  bestimme man jeweils  $\langle f, g \rangle$ .

Unter Verwendung des ersten Skalarprodukts bestimme man eine Orthonormalbasis des  $\mathbb{P}_2$ .

41. Man ermittle die  $QR$ -Zerlegung der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

42. Man bestimme die Eigenwerte und die zugehörigen Eigenräume der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$