

# Mathematik I für ChemikerInnen WS 2019/20

## 2. Übungsblatt

7. (Wie schnell wächst  $n!$  ?)

- (a) Für welche  $n \in \mathbb{N}$  gilt:  $2^n \leq n! \leq n^n$  (mit Begründung).  
Für welche geraden  $n \in \mathbb{N}$  gilt:  $6^n \leq n! \leq (0.8n)^n$  (mit Begründung).

- (b) Eine sehr gute Näherungsformel (für große  $n$ ) ist die Stirlingsche Formel:  $n! \sim \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$ . Hierbei ist  $e = 2,7181\dots$  die Basis des natürlichen Logarithmus, und  $\pi = 3,1415\dots$  die Kreiszahl). Tabellieren Sie (mit Taschenrechner oder ähnlich) für  $n = 2, 4, 6, 10, 20, 50$  (und je nach technischen Möglichkeiten auch mehr), die Werte und die Näherung, und vergleichen Sie, wie der Quotient ( $n!$ /Näherung) gegen 1 geht.

8. (a) Gegeben sind drei Vektoren  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d} \in \mathbb{R}^3$ . Zeigen Sie  $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$   
(b) Berechnen Sie den Winkel zwischen den Vektoren

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

9. (a) Berechnen Sie das Volumen der durch die Punkte  $P_1 = (1, 0, 0), P_2 = (0, 1, 0), P_3 = (0, 0, 1), P_4 = (0, 0, 0)$  definierten Pyramide, einerseits elementargeometrisch, andererseits mit Hilfe des Spatproduktes.  
(b) Berechnen Sie das Volumen eines regulären Tetraeders mit Seitenlänge  $a$ . (Hinweis: die 4 Punkte  $P_1 = (1, 1, 1), P_2 = (1, -1, -1), P_3 = (-1, 1, -1), P_4 = (-1, -1, 1)$  oder  $Q_1 = (0, 0, 1), Q_2 = (0, \sqrt{8}/3, -1/3), Q_3 = (\sqrt{2}/3, -\sqrt{2}/3, -1/3), Q_4 = (-\sqrt{2}/3, -\sqrt{2}/3, -1/3)$  sind explizite Koordinaten von jeweils regulären Tetraedern).
10. Geben Sie eine Parameterform der Ebene  $4x - y + 19z = 10$  an. Berechnen Sie den Abstand dieser Ebene zum Punkt  $P = (-2, 5, 0)$ . Welcher Punkt der Ebene ist der Punkt mit minimalem Abstand zu  $P$ ?  
(Hinweis: Mit Brüchen rechnen, nicht mit Dezimalzahlen. Wenn bei Ihnen die Zahl 378 vorkommt, ist das ein gutes Zeichen).

Info:

Wenn Sie ankreuzen, müssen Sie auf jeden Fall in der Übungsgruppe sein. Falls Sie über Nacht krank werden, bis 7.59 morgens Kreuze wieder zurück setzen.

Wenn Sie in Übung oder Vorlesung fehlen, brauchen Sie mich **nicht** informieren.

Beim Laden der Vorlesungs-Webseiten ggf neuladen, weil Sie sonst evtl nicht sehen, wenn das neue Blatt erscheint.