Mathematik I für ChemikerInnen WS 2019/20
3. Übungsblatt

11. Zeichnen Sie die folgenden Kurven im $\mathbb{R}^2$, also dem normalen (x, y)-Koordinatensystem. Welche geometrische Form (Kreis, Ellipse, Hyperbel, Parabel, ...) haben diese Kurven?
a) $x^2 - y^2 = 1$
b) $xy = 1$
c) $x^2 + 4y^2 = 25$
d) $x = 2y^2$
e) $x^2 - xy + y^2 = 4$.

12. Bestimmen Sie alle reellen Lösungen der folgenden Gleichungen, und schreiben Sie das Polynom der linken Seite als Produkt von Faktoren, die nicht weiter zerlegt werden können.

    (a) $x^3 + 3x^2 - 4 = 0$
    (b) $4x^4 - 5x^2 - 9 = 0$
    (c) $x^5 - 16x = 0$.

13. Lösen Sie die folgenden Gleichungen

    (a) $\sqrt{x+9} + 5 = 0$
    (b) $\sqrt{8-2x} = 1 + \sqrt{5-x}$.

Fortsetzung auf Seite 2.

14. Eine Konstruktion des regulären Ikosaeders geht nach Luca Pacioli (um 1447-1517) wie folgt: Man nimmt drei Rechtecke mit Seitenlängen 2 und $1+\sqrt{5}$ und steckt diese senkrecht und symmetrisch ineinander, siehe Bild. (Ein schönes Bild ist auch auf der Wikipedia Seite zu "Golden rectangle", wir verwenden aber das Bild unten wegen der Ecken und Koordinatenachsen.)

   (a) Geben Sie für die Punkte A, B und C Koordinaten an, und zeigen Sie dass das Dreick $\Delta(A, B, C)$ ein gleichseitiges Dreieck ist, und berechnen Sie den Winkel bei B zwischen $\overrightarrow{BA}$ und $\overrightarrow{BC}$.

   (b) Wieviele solcher Dreiecke gibt es in diesem Ikosaeder? Die Mittelpunkte aller dieser gleichseitigen Dreiecke bilden die Eckpunkte eines reguläre Dodekaeders. Berechnen Sie die Koordinaten des Mittelpunktes von $\Delta(A, B, C)$.

   (c) Es ist $D = (1, -\frac{1+\sqrt{5}}{2}, 0)$. Berechnen Sie den Winkel bei A zwischen $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AD}$, (mit Taschenrechner). Hinweis: die Winkel sind alle ganze Zahlen (im 360^0-System).