

Mathematik I für ChemikerInnen WS 2019/20

4. Übungsblatt

15. (a) Für welche $z \in \mathbb{C}$ gilt: $z^2 = -1$?
(b) Für welche $z \in \mathbb{C}$ gilt: $z^2 = i$?
(c) Für welche Werte $z \in \mathbb{C} \setminus \{-1\}$ gilt: $\frac{z-1}{2} = \frac{1+2i}{z+1}$?

Hinweis: Setzen Sie für $z = a + bi$ an, setzen Sie dies ein, und erhalten Sie 2 Gleichungen in den 2 Variablen a und b , indem Sie nach Realteil und Imaginärteil getrennt sortieren.

16. a) Berechnen Sie $i, i^2, i^3, \dots, i^{10}$, und daraus dann i^{201} .
b) Es sei $z = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$. Berechnen Sie $z^2, z^3, z^4, z^5, z^6, z^7, z^8$ und zeichnen Sie diese (so gut es geht), in die komplexe Zahlenebene.
c) Berechnen Sie $(1 + i)^4$.
17. (a) Es sei $z = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3}i)$. Berechnen Sie z^2, z^3 und zeichnen Sie z, z^2, z^3 in der komplexen Ebene.
(b) Finden Sie alle komplexen Nullstellen der Gleichung

$$z^3 + 3z^2 + 3z + 2 = 0$$

18. Berechnen Sie

- (a) $z = \frac{(3+2i)^3}{i^6 + 4i^2 - i + 2}$
(b) $z = \frac{1}{i} + i$

19. Stellen Sie die Menge aller komplexen Zahlen z , welche die folgenden Gleichungen erfüllen, graphisch dar:

- (a) $2 \leq |4z| \leq 8$
(b) $\{z \in \mathbb{C} \mid |\frac{5}{2}z + \frac{1}{2}\bar{z}| = 6\}$
(c) $\{z \in \mathbb{C} \mid \text{Im}(z^2) \leq 4\}$. Hierbei bezeichne $\text{Im}(z)$ den Imaginärteil von z .
(d) Berechnen Sie $\frac{2+7i}{5-3i}$ und $\frac{2+i}{1-2i}$.

(Hinweis: Setzen Sie die komplexe Zahl z unbestimmt an, also $z = x + iy$ und leiten Sie dann aus der Gleichung einen Zusammenhang zwischen Realteil x und Imaginärteil y her, indem Sie den Betrag auflösen)