Mathematik I für ChemikerInnen WS 2019/20
9. Übungsblatt

37. Geben Sie alle komplexen Lösungen an von
   a) $z^3 = -4 + 3i$ und
   b) $z^4 = -1$.

38. Differenzieren Sie die Funktionen

   (a) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{3+2x}}$ (b) $f(x) = (-x+3)\ln(x^2+1)$ (c) $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}}$

   (d) $f(x) = x^x$ (e) $f(x) = e^{\operatorname{arsinh}\left(\frac{x^2}{3}\right)}$ (f) $f(x) = (4^x)^3$

39. Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich D und die partiellen Ableitungen erster Ordnung nach allen auftretenden Variablen im Innern B von D.

$$\begin{aligned}
a) \quad f(x,y,z) &= \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \\
b) \quad f(x,y) &= x^3 - 2x^2y^2 + 4xy^3 + y^4 + 10 \\
c) \quad f(x,y) &= \frac{x-y}{\sqrt{x+2y}} \\
d) \quad f(x,y) &= \frac{x}{y}\sqrt[3]{y^2-x}
\end{aligned}$$

40. Gegeben sei die Funktion $f(x,y) = 4\ln\frac{x^2}{x^2+y^2}$ für $x, y > 0$.

   (a) Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen f_x und f_y von f.
   (b) Bestimmen Sie den Gradienten von f im Punkt $x_0 = (1,1)$.
   (c) Bestimmen Sie die Richtungsableitung von f im Punkt $x_0 = (1,1)$ in Richtung $\vec{e} = (\frac{1}{2}\sqrt{2}, \frac{1}{2}\sqrt{2})$.
   (d) Bestimmen Sie im Punkt $(x_0, f(x_0)) = (1,1,f(1,1))$ die Tangentialebene an die durch $z = f(x,y)$ mit $x, y > 0$ erklärte Fläche.