

Mathematik I für ChemikerInnen WS 2019/20
10. Übungsblatt

41. Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y) = 2 \cos^2(x) + \sin(2x) - x^2 + 2xy - y^2 + 4x + \frac{2}{3}y + 7$$

und der Punkt $P = (4\pi, 0)$.

- (a) In welchen Punkten (x, y) ist der Gradient von f gleich $(2, \frac{2}{3})$?
- (b) Geben Sie die Gleichung der Tangentialebene an f im Punkt P an.
- (c) Berechnen Sie weiters die Richtungsableitung von f im Punkt P in Richtung des stärksten Anstieges sowie in Richtung des Vektors $(1, 1)^t$.

42. Berechnen Sie die Jacobimatrix der Funktion $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$f(x, y, z) = \begin{pmatrix} xyz + y^2 \\ xy^2 + \sinh x \end{pmatrix}.$$

43. Bestimmen Sie die Grenzwerte

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sinh x}{x - \sinh x} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos(x))^{x^{\frac{7}{2}}} \quad (c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(\ln x)}{(\ln x)^2} \quad (d) \lim_{x \rightarrow 0} \ln(x) \tan(x)$$

44. Es sei $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$. Für die Umrechnung in Polarkoordinaten gilt:
 $x = r \cos \phi, y = r \sin \phi$.

Berechnen Sie partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial r}$ und $\frac{\partial f}{\partial \phi}$ auf zwei Arten:

erst x, y durch r und ϕ ersetzen und dann ableiten. (Dies ist in diesem Fall der einfachere Weg.)

Dann mit Hilfe der Kettenregel in zwei Variablen.