Übungsblatt 02

Aufgabe 2-1 Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Gleichungssysteme:

1. $$\begin{array}{rcrcrcrcl} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & & & = & 0 \\ x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ x_1 & - & x_2 & + & 6x_3 & & & = & 0 \\ x_1 & & & + & 3x_3 & & & = & 0 \end{array}$$

2. $$\begin{array}{rcrcrcrcrcl} x_1 & + & x_2 & & & & & & & = & 0 \\ & & x_2 & + & x_3 & & & & & = & 0 \\ & & & & x_3 & + & x_4 & & & = & 0 \\ & & & & & & x_4 & + & x_5 & = & 0 \\ x_1 & & & & & & & - & x_5 & = & 0 \end{array}$$

Aufgabe 2-2 Man bestimme alle $a \in \mathbb{R}$, für die das System

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & - & z & = & 3 \\ x & - & y & + & 3z & = & 4 \\ x & + & y & + & (a^2-10)z & = & a \end{array}$$

1. keine Lösung,
2. eine eindeutig bestimmte Lösung,
3. beliebig viele Lösungen besitzt.

Aufgabe 2-3 Gegeben ist $A \cdot x = b$ mit $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 5 & -1 \\ 5 & 7 & 3 \end{pmatrix}$, $b \in \mathbb{R}^3$.

1. Für welche $b \in \mathbb{R}^3$ existiert eine Lösung?
2. Man bestimme die Lösung in Abhängigkeit von b.

Aufgabe 2-4 Man bestimme - falls möglich - die Inverse folgender Matrizen

$$\text{(a) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{(b) } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2-5 Im folgenden bestimme man A^{-1} und berechne damit die Lösung der drei Systeme $Ax = b_1$, $Ax = b_2$ und $Ax = b_3$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad b_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad b_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2-6

Lösen Sie die folgenden Matrix-Gleichungen nach X auf und vereinfachen Sie das Ergebnis soweit als möglich. Alle Matrizen seien regulär.

a) $XA^2 = A^{-1}$ c) $(A^{-1}X)^{-1} = A(B^{-2}A)^{-1}$

b) $AXB = (BA)^2$ d) $ABXA^{-1}B^{-1} = I + A$

Aufgabe 2-7

Man berechne die Inversen der angegebenen Matrizen:

$$\text{(a)} \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{(b)} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2-8 Man bestimme eine $(3 \times 3)-$ Matrix A so, daß gilt:

$$A \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Bitte bis Dienstag 13.Oktober, 11.40 Uhr im online System ankreuzen, bis 11.50 Uhr im Teach Center als pdf hochladen. Getippte Lösungen sind erlaubt. Wir erinnern daran, dass jede(r) die eigenen Lösungen hochlädt.
Konkrete Fragen dazu bis Mittwoch vormittag bitte im TC stellen. Hinweise zu den Aufgaben werde ich am Ende der Mittwoch Vorlesung geben. (Dies ist dann formal Teil des sogenannten Konversatoriums).