

Bitte melden Sie sich möglichst bald für die Klausur an: (Informatik, Softwareentwicklung, ICE für 501071. ET+Toning. für 501072, oder auch freiwillig für 501071. Eine vollständige Teilnehmerliste wird benötigt, um die genaue Zeit und Raumeinteilung vorzunehmen.

Themen der Klausur: insbesondere Übungsblätter 1-4, Skript bis Seite 50

Stichworte: Lineare Gleichungssysteme, Gauß-Jordan, Matrizen, Determinante, Inverse, LR-Zerlegung, Vektorraum, Skalar/Vektor/Spatprodukt, usw.

Erlaubte Hilfsmittel, Bücher, Skript, Notizen, aber **kein Taschenrechner, Handy etc.**

Eigenes Papier mitbringen!

Aufgabe 5-1 Untersuchen Sie, ob die folgenden Abbildungen $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^n$ linear sind.

Dabei ist $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$.

$$\text{a) } F(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 2x_1 \\ x_2 - x_1 \\ x_1 - x_2 \end{pmatrix} \quad \text{b) } F(\vec{x}) = \begin{pmatrix} |x_1| \\ |x_2| \end{pmatrix} \quad \text{c) } F(\vec{x}) = \begin{pmatrix} x_1 + 1 \\ x_2 - 1 \end{pmatrix}$$

Wenn die Abbildung linear ist, geben Sie die entsprechende Matrix A mit $F(\vec{x}) = A\vec{x}$ an.

Aufgabe 5-2 Sei $F : M(2 \times 2) \rightarrow M(2 \times 2)$ eine lineare Abbildung mit

$$F \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}.$$

Geben Sie für die drei unten angegebenen Matrizen jeweils die Antwort zu (i) und (ii) und lösen Sie dann (iii).

- (i) Welche der Matrizen ist ein Element von $\text{Kern}(F)$?
- (ii) Welche der Matrizen ist ein Element von $\text{Bild}(F)$?
- (iii) Beschreiben Sie $\text{Kern}(F)$ und $\text{Bild}(F)$ jeweils durch die Angabe einer Basis.

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 5-3 Sei $F : \mathbb{P}_2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ eine lineare Abbildung definiert durch

$$F(a + bt + ct^2) = \begin{pmatrix} a - b \\ b + c \end{pmatrix}.$$

- (i) Welche(s) der folgenden Polynome liegt im $\text{Kern}(F)$?

$$\text{a) } 1 + t \quad \text{b) } t - t^2, \quad \text{c) } 1 + t - t^2$$

- (ii) Welche(r) der folgenden Vektoren liegt im $\text{Bild}(F)$?

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{c) } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- (iii) Beschreiben Sie $\text{Kern}(F)$ und $\text{Bild}(F)$ jeweils durch die Angabe einer Basis.

Bitte bis Dienstag, 11.40 Uhr im online System ankreuzen, bis 11.50 Uhr im Teach Center als pdf hochladen. Getippte Lösungen sind erlaubt. Wir erinnern daran, dass jede(r) die eigenen Lösungen bis zur Deadline hochlädt.