TU CLAUSTHAL
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
Prof. Dr. W. Klotz

Lineare Algebra I
WS 1999/2000
Tutorenübung 11

1) Die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ habe die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ bezüglich der Standardbasis. Was ist die Matrix von f bezüglich der Basis
$\vec{v_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{v_3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$?

2) Man schreibe die folgende Matrix A als Produkt von Elementarmatrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 0 & 4 & -3 \end{pmatrix}.$$

3) Man berechne

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}.$$

4) Man berechne a) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -x & 0 \\ 0 & x & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -y \\ 0 & y & -1 & 0 \end{vmatrix}$, b) $\begin{vmatrix} 0 & a & b & 0 \\ a & 0 & 0 & b \\ y & 0 & 0 & x \\ 0 & y & x & 0 \end{vmatrix}$.

5) Man löse das folgende Gleichungssystem mit der Cramerschen Regel:

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & + & 2y & + & 4z & = & 1 \\ 2x & - & y & + & z & = & 0 \\ x & + & 2y & + & 3z & = & 1 \end{array}$$

Zusatzaufgabe

Sei $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ eine invertierbare Matrix. Man prüfe nach, daß $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ gilt.

Können Sie eine ähnliche Formel für die Inverse A^{-1} von $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ angeben?

(Hinweis: Es GIBT eine solche Formel. Allerdings ist sie bereits im 3×3 Fall keineswegs leichter in der Handhabung als die Invertierung mit dem Gaußalgorithmus, und für größere Matrizen erst recht nicht. Sie sollten zur Invertierung also stets den Gaußalgorithmus verwenden!)