TU CLAUSTHAL
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
Prof. Dr. W. Klotz

Lineare Algebra I
WS 1999/2000
Tutorenübung 2
Ausgabe: 27.10.99

Dieses Blatt wird in der zweiten Tutorenübung besprochen. Bitte geben Sie schriftliche Lösungen am 3.11.99 in der Vorlesung ab.

1. Es sei: $f : A \to B,\ g : B \to C$. Man zeige:

a) f surjektiv $\wedge$ g surjektiv $\Rightarrow$ $g \circ f$ surjektiv,
b) f injektiv $\wedge$ g injektiv $\Rightarrow$ $g \circ f$ injektiv,
c) f bijektiv $\Rightarrow$ f^{-1} bijektiv.

2. Es sei $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Die Abbildungen $f, g \in M^M$ seien durch folgende Diagramme definiert:

a	1	2	3	4
$f(a)$	4	2	3	2

,

a	1	2	3	4
$g(a)$	2	1	4	3

.

Man ermittle die Diagramme von $f \circ g$, $g \circ f$ und, falls vorhanden für f^{-1} und g^{-1}.

3. Man stelle den größten gemeinsamen Teiler der folgenden beiden Zahlen a und b als ganzzahlige Linearkombination von a und b dar:

$$a = 1\ 113\ 121, \qquad b = 1\ 050\ 703.$$

4. Die Kongruenz modulo m ist für $a, b \in \mathbb{Z}$ definiert durch

$$a \ \equiv \ b \ \Leftrightarrow \ m \mid a - b.$$

Man zeige, daß $\equiv$ eine Äquivalenzrelation auf $\mathbb{Z}$ ist, die in folgendem Sinn mit $+$ und $\cdot$ verträglich ist:

$$a \equiv b \ \wedge \ c \equiv d \ \Rightarrow \ a + c \ \equiv \ b + d \ \wedge \ a\,c \ \equiv \ b\,d.$$

5. Es sei A eine durch $\leq$ geordnete Menge; $a, b, c, d \in A$. Man definiere auf $A \times A$:

$$(a, b) \leq (c, d) \ \Leftrightarrow \ a < c \ \vee \ (a = c \ \wedge \ b \leq d).$$

Man zeige, daß so eine Ordnung auf $A \times A$ definiert wird, die lexikographische Ordnung auf $A \times A$.

6. Man prüfe, ob Durchschnitt und Vereinigung von Äquivalenzrelationen bzw. Ordnungsrelationen wieder eine Äquivalenzrelation bzw. Ordnungsrelation ist.