TU CLAUSTHAL
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
Prof. Dr. W. Klotz

Lineare Algebra I
WS 1999/2000
Tutorenübung 8

1. Es sei $f \in \operatorname{Hom} \mathbb{R}^2$ definiert durch

$$f(1,1) = (1,-1), \;\; f(1,-2) = (2,2).$$

Man bestimme $M(f), \;\; M(f^{-1})$ bezüglich der Standardbasis.

2. Die Endomorphismen f, g von $\mathbb{R}^3$ seien definiert durch:

$$f(x,y,z) = (y,z,x+y), \;\; g(x,y,z) = (x+y+z,0,0).$$

Man bestimme bezüglich der Standardbasis die Matrizen der linearen Abbildungen $f, f^{-1}, g, (f+g)g$.

3. Es sei $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{2\times 2}$. Ferner sei $F \in \operatorname{Hom} \mathbb{R}^{2\times 2}$ definiert durch $F(X) = AX$. Man bestimme die Matrix von F bezüglich der Standardbasis von $\mathbb{R}^{2\times 2}$:

$$E_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad E_{12} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad E_{21} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad E_{22} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Es seien $A, B \in K^{n\times n}$. Man zeige:

a) A, B obere (untere) Dreiecksmatrizen $\Longrightarrow AB$ obere (untere) Dreiecksmatrix.
b) A, B Diagonalmatrizen $\Longrightarrow AB$ Diagonalmatrix.

5. Man zeige:

a) $A \in K^{m\times n} \Longrightarrow AA^T$ symmetrische $m \times m$-Matrix.
b) $A \in K^{n\times n} \wedge A$ invertierbar $\Longrightarrow (A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$.
c) A^{-1} symmetrisch $\Longleftrightarrow A$ symmetrisch (falls A invertierbar).