

- 20.** Geben Sie alle Formeln in disjunktiver 2-Form an, die Folgerungen aus der Formel $(A_1 \vee A_2) \wedge \neg(A_1 \wedge A_2)$ sind. (B ist Folgerung von A , wenn $A \Rightarrow B$, d.h., wenn für jede Belegung b mit $\bar{b}(A) = 1$ auch $\bar{b}(B) = 1$ gilt).
- 21.** Geben Sie alle Formeln B in disjunktiver 2-Form an, für die gilt: A_2 ist eine Folgerung von B .
- 22.** Zeigen Sie die eindeutige Lesbarkeit von Formeln der Aussagenlogik in Postfix-Notation, indem Sie zuerst zeigen: kein Endstück einer Formel ist selbst eine Formel. Hinweis: ordnen Sie den Buchstaben Gewichte (ganze Zahlen) zu, sodaß die Summe der Gewichte der Buchstaben einer Formel einen fixen Wert ergibt, und die Summe der Buchstaben in einem Endstück immer einen echt kleineren Wert.
- 23.** Zeigen Sie für $X = \prod_{s \in S} \{0, 1\}$ (S beliebige Menge) mit Produkttopologie: zu je zwei verschiedenen Punkten $a, b \in X$ gibt es offene Mengen $U, O \subseteq X$ mit $a \in U$, $b \in O$ und $O \cap U = \emptyset$.
- 24.** Zeigen Sie für $X = \prod_{s \in S} \{0, 1\}$ mit Produkttopologie: jede 1-elementige Teilmenge ist abgeschlossen. Geben Sie eine offene, aber nicht abgeschlossene Teilmenge von $X = \prod_{s \in S} \{0, 1\}$ an.
- 25.** Sei S eine Menge, $R = \mathcal{P}(S)$ die Potenzmenge von S . Zeigen Sie, dass (R, Δ, \cap) eine Boolesche Algebra ist, wobei Δ die symmetrische Differenz bezeichnet: $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.
- 26.** Jede offene Basismenge O der Produkttopologie auf $\prod_{i \in \mathbb{N}} \{0, 1\}$ tritt als Menge der Belegungen, die eine bestimmte Formel $A \in \mathcal{A}$ erfüllt, auf. d.h. $\exists A \in \mathcal{A} \Delta(A) = O$.
- 27.** Definieren Sie (durch eine explizite Formel) eine injektive Abbildung $\varphi : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{N}$. Hinweis: eindeutige Primfaktorzerlegung.
- 28.** Geben Sie einen Algorithmus an, der die Formeln der Aussagenlogik aufzählt (d.h., der eine Bijektion $\mathbb{N} \rightarrow \mathcal{A}$ produziert).