

Fragenkatalog - VO

1. Was versteht man unter der euklidischen Norm bzw. der Maximumsnorm auf dem \mathbb{R}^n ? Wie erhält man aus einer Norm eine Metrik ?
2. Wann ist eine vektorwertige Funktion $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ stetig in einem Punkt $x^0 \in D(f)$?
3. Wann heißt eine Funktion $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ an einem Punkt x^0 differenzierbar in Richtung eines Vektors \vec{a} ? Wann heißt f partiell differenzierbar nach der i -ten Variablen (an einem Punkt x^0) ? Was versteht man unter dem Gradienten $\text{grad}f$ (an einem Punkt x^0) ?
4. Wann heißt eine Funktion $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ an einem Punkt x^0 differenzierbar ? Welche Beziehung besteht zwischen Differenzierbarkeit und partieller Differenzierbarkeit ?
5. Wann ist eine Funktion $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ an einem Punkt x^0 differenzierbar ?
Was ist die Jacobi-Matrix von f ? Was besagt die Kettenregel ?
6. Was besagt der 1. Mittelwertsatz für Funktionen $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$?
7. Was lautet der Satz von Taylor für Funktionen $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$?
8. Was besagt der Hauptsatz über implizite Funktionen ? Illustrieren Sie ihn an einem einfachen Beispiel.
Was besagt der Satz über die Umkehrfunktion ?
9. Was ist die Hesse-Matrix einer Funktion $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$? Welche Rolle spielt die Hesse-Matrix bei der Frage nach lokalen Extrema ?
10. Wie kann man Extrema unter Nebenbedingungen bzgl. einer Funktion $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ bestimmen ?
11. Was versteht man unter den Begriffen 'Linielement', 'Richtungsfeld' bzw. 'Anfangswertproblem' im Zusammenhang mit einer Differentialgleichung $y' = f(x, y)$?

12. Wie löst man eine Differentialgleichung der Form $y' = f(x)g(y)$ (getrennte Variablen) ?
13. Wie bestimmt man die Lösung einer inhomogenen linearen Differentialgleichung $y' = f(x)y + g(x)$?
14. Was sind und wie werden Bernoulli- bzw. Riccati Differentialgleichungen gelöst ?
15. Wann heißt eine Differentialgleichung 1. Ordnung (in symmetrischer Darstellung) exakt ? Wie kann die Lösung einer exakten Differentialgleichung beschrieben werden ?
Was sind die Integrabilitätsbedingungen ? Was versteht man unter einem Eulerschen Multiplikator ?
16. Was sind isogonale Trajektorien einer gegebenen Kurvenschar ?
17. Welche Sätze betreffend Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen von $y' = f(x, y)$ kennen Sie ?
18. Welche Form haben lineare Differentialgleichungen n -ter Ordnung ? Wie sieht die Operator-Schreibweise einer derartigen Gleichung aus ? Was läßt sich über die Lösungsgesamtheit der (zugehörigen) homogenen Differentialgleichung aussagen ? Was ist ein Fundamentalsystem ?
19. Beschreiben Sie das Lösungsverfahren für lineare Differentialgleichungen n -ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten.
20. Welche Möglichkeiten gibt es, eine partikuläre Lösung einer inhomogenen linearen Differentialgleichung n -ter Ordnung zu gewinnen ?
21. Was ist die sog. Fundamentalmatrix, was ist die Wronsky-Determinante und welche Eigenschaften hat sie ?
22. Was versteht man unter der punktweisen Konvergenz bzw. der gleichmäßigen Konvergenz einer Funktionenfolge (f_n) ?
23. Welche wichtigen Eigenschaften sind im Falle der gleichmäßigen Konvergenz $f_n \xrightarrow{x} f$ gegeben ?
24. Wie ist die gleichmäßige Konvergenz von Funktionenreihen definiert ? Was besagt der Satz von Weierstrass ?

25. Was sind Potenzreihen ? Was ist der Konvergenzradius einer Potenzreihe und wie kann er bestimmt werden ? Auf welchen Teilmengen konvergiert eine Potenzreihe gleichmäßig ? Was besagt der Identitätssatz für Potenzreihen ?
26. Was versteht man unter der einer periodischen Funktion f zugeordneten Fourier-Reihe ? Wann wird die gegebene Funktion $f(x)$ durch ihre Fourier-Reihe dargestellt ?
27. Wie kann eine Kurve im \mathbb{R}^n dargestellt werden ? Was ist der Tangentenvektor einer Kurve ?
28. Wann ist eine Funktion $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ von beschränkter Schwankung ? Welcher Zusammenhang besteht zwischen Funktionen mit beschränkter Schwankung und monotonen Funktionen ?
29. Wann ist eine Kurve im \mathbb{R}^n rektifizierbar, und wie ist die Bogenlänge definiert ?
30. Was ist das begleitende Dreibein einer Raumkurve ? Wodurch sind Krümmung und Torsion einer Raumkurve gegeben ?
31. Wie ist ein Doppelintegral über einen ebenen Bereich bzw. ein Dreifachintegral über einen räumlichen Bereich definiert ? Was besagt der Satz von Fubini ? Was sind sogenannte Normalbereiche ?
32. Wie lautet die Transformationsformel für Mehrfachintegrale ?
33. Wodurch ist das Oberflächenelement einer Fläche $\vec{x}(u, v)$ im \mathbb{R}^3 gegeben ? Wie lautet das Oberflächenelement im Falle einer Fläche mit der Darstellung $z = f(x, y)$? Wodurch ist das sogenannte vektorielle Oberflächenelement gegeben ?
34. Wie ist der Fluß eines Vektorfeldes durch eine Fläche definiert ?
35. Worum geht es bei einem Kurvenintegral ? Wann nennt man ein Kurvenintegral wegunabhängig ? Für welche speziellen Vektorfelder ist ein Kurvenintegral wegunabhängig ?
36. Was versteht man unter dem Nabla-Operator ?
37. Formulieren Sie die Integralsätze von Gauss, Green und Stokes ?
38. Wann ist ein Vektorfeld \vec{v} ein Gradientenfeld ? Wie kann die (bzw. eine) Stammfunktion bestimmt werden ?
39. Was versteht man unter einem Vektorpotential ?