Differenzialgleichungen - VO Musterbeispiele

1. Man bestimme die allgemeine Lösung von

   (a) $y' = x^3 e^{-2y}$ (b) $y' = \frac{\cos x \sin y}{\cot y}$

2. Man löse die (homogene) Differenzialgleichung

   (a) $y' = \frac{2x+3y}{y-x}$ (b) $y' = \frac{y+\sqrt{x^2-y^2}}{x}$

3. Mittels der Substitution $z(x) = xy^2 - x$ löse man $y' = \frac{xy^2-y^2-x+1}{2xy}$.

4. Man löse die lineare Differenzialgleichung $(1+x^2)y' + 2xy = 4x^3$ und bestimme die spezielle Lösung, die durch $y(1) = 1$ gegeben ist.

5. Man bestimme eine partikuläre Lösung von $y' - 2xy = x^3 + 2x$ mittels eines geeigneten Ansatzes.

6. Man löse $y' + \frac{y}{3} = \frac{1-2x}{3} y^4$.

7. Man löse $y' - \frac{1}{x} y - y^2 = \frac{1}{x^2}$.

8. Man bestimme die Differenzialgleichungen der Kurvenscharen

   (a) $y = Cx^2 + C^2$, $C \in \mathbb{R}$ (b) $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x}$, $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$

9. Zeigen Sie, dass die Differenzialgleichung $(2x^3 + 3y)dx + (3x + y - 1)dy = 0$ exakt ist und bestimmen Sie anschließend die allgemeine Lösung.

10. Für $(2xy^4 e^y + 2xy^3 + y)dx + (x^2 y^4 e^y - x^2 y^2 - 3x)dy = 0$ finde man einen integrierenden Faktor und löse danach die Differenzialgleichung.

11. Gegeben sei $P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$. Wann existiert ein integrierender Faktor $M = M(\xi)$, wobei $\xi = xy$ bzw. $\xi = x + y$?

12. Man löse die Clairot Differenzialgleichung $y = xy' + y'^4$.

13. Man löse $y = y'^2 - 2y' + 1$.

14. Man bestimme die allgemeine Lösung des linearen Systems

    $\dot{y}_1 = -2y_1 - 3y_2$, $\dot{y}_2 = -3y_1 - 2y_2$.

15. Man bestimme die allgemeine Lösung des linearen Systems

    $\dot{y}_1 = y_1 + 2y_2 \ , \ \dot{y}_2 = -y_1 + 3y_2 \ .$

16. Gegeben sei die Differenzialgleichung $y'' + xy' - y = 0$. Man errate eine partikuläre Lösung y_p und bestimme danach die allgemeine Lösung mittels des Vefahrens der Reduktion der Ordnung.

17. Man bestimme die allgemeine Lösung von

    $y^{(4)} + 4y''' + 6y'' + 4y' + y = 0 \ .$

18. Man löse $y'' + 4y = \tan 2x$.

19. Man löse

    (a) $y'' + 3y' - 10y = 6e^{4x}$, (b) $y'' - 3y' + 2y = 14 \sin 2x - 18 \cos 2x$