Übungsblatt 10 - Differenzialgleichungen - SS 2013

(Riegelnegg, Planitzer, Blatnik, Puhr)

1. Gegeben sei das System $\vec{y}\,' = A\vec{y} + \vec{b}$ wobei $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ t \end{pmatrix}$.

Man bestimme eine spezielle Lösung des inhomogenen Systems mittels des Ansatzes $\vec{y} = \begin{pmatrix} a + bt \\ c + dt \end{pmatrix}$.

2. Für die Funktion $y(x)$ sei die Differenzialgleichung $(1 - x^2)y'' + 2xy' - 2y = 0$ gegeben. Offenbar ist $y_p = x$ eine spezielle Lösung. Man bestimme mittels Reduktion der Ordnung eine weitere Lösung.

3. Bestimme ein Fundamentalsystem für

(a) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$ (b) $y^{(4)} + 8y'' + 16 = 0$

4. Für $y(t)$ bestimme man die Lösung des Anfangswertproblems

$y''' + 5y'' + 7y' + 3y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$, $y''(0) = 1$.

5. $y_1 = \cos t$, $y_2 = \sin t$ sind Basislösungen der zugehörigen homogenen Dgl von $y'' + y = t$. Man bestimme eine spezielle Lösung der inhomogenen Dgl mittels Variation der Konstanten.