

# Differenzial- und Integralrechnung

## Übungsblatt 2

WS 11/12

---

6. **Zur Anwendung von Extremalwertaufgaben:** Bestimmen Sie die Seiten  $x$  und  $y$  eines Rechtecks so, dass der Flächeninhalt maximal wird. Der Umfang muss dabei  $32 LE$  betragen.

*Hinweis:* Stellen Sie die beiden Gleichungen auf, eliminieren Sie eine Unbekannte und stellen Sie die Extremalbedingung an die verbleibende Gleichung!

7. **Zum Aufwärmen noch ein paar unbestimmte Integrale:**

(a)  $I_1 = \int x^\alpha \ln x dx$

(b)  $I_2 = \int \sqrt{1-x^2} dx$

(c)  $I_3 = \int (\cos x + \cos^3 x) dx$

8. **Beweise mit vollständiger Induktion:**

(a) Beweisen Sie den binomischen Lehrsatz:  $(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$ .

- (b) Zeigen Sie, dass  $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n = n(n+1)$  ist, indem Sie zunächst eine Summenformel angeben und diese hernach durch vollständige Induktion beweisen.

- (c) In einem Raum mit  $n$  Personen ( $n \geq 2$ ) schüttelt jeder jedem einmal die Hand. Zeigen Sie, dass  $\frac{n^2-n}{2}$ -mal die Hand gegeben wurde. Finden Sie dazu zunächst eine Formel die die Anzahl der Handshakes für  $n$  Personen wiedergibt indem Sie die Fälle  $n = 2, 3, 4$  explizit anschreiben und dann formalisieren. Beweisen Sie die gefundene Formel hernach durch vollständige Induktion.

- (d) Gegeben sei folgender Ausdruck  $\sum_{k=1}^n k^3$ . Versuchen Sie die dazugehörige Lösung zu finden und beweisen Sie diese mit Hilfe der vollständigen Induktion.

9. **Kombinatorik:**

- (a) Ein Palindrom ist ein Wort, das von vorne und von hinten gelesen den selben Ausdruck ergibt (z.B. RENNEN, RELIEFPFEILER etc.). Wieviele 9-buchstabile Palindrome gibt es maximal über dem lateinischen Alphabet (26 Buchstaben)?

(b) In einem Institut mit 6 Professorinnen, 8 Professoren, 7 Assistenten und 12 Assistentinnen soll eine 8-köpfige Kommission gebildet werden. Der Kommission sollen je 4 Frauen und Männer, sowie 5 Professoren bzw. Professorinnen und 3 Assistenten bzw. Assistentinnen angehören. Auf wieviele Arten ist das möglich?

(c) Wie viele verschiedene Wörter kann man durch Vertauschen der Buchstaben des Wortes MISSISSIPPI erzeugen?

(d) Berechnen Sie die Koeffizienten von

i.  $x^5$  in  $(1 + x)^{11}$

ii.  $a^2b^8$  in  $(a + b)^{10}$

iii.  $x^3$  in  $(3 + 4x)^6$