Übungsblatt 01 - Differenzial- und Integralrechnung - WS 2013/14

(Heil, Riegelnegg, Ebner, Hörl, Schütky)

1. Man beweise, dass die Mengen $A = \{\frac{x}{x^2+1} \ : \ x \in \mathbb{R}\}$ und $B = \{\frac{2}{x^2+1} \ : \ x \in \mathbb{R}\}$ beschränkt sind.

2. Mittels der Dreiecksungleichung $|x \pm y| \leq |x| + |y|$ beweise man, dass $||x| - |y|| \leq |x - y|$ gilt, i.e. dass $-|x-y| \leq |x| - |y| \leq |x-y|$.

3. Seien $G_1, G_2, \ldots, G_n$ offene Mengen in einem metrischen Raum (X, d) . Man zeige, dass auch $G = G_1 \cap G_2 \cap \ldots \cap G_n$ eine offene Menge ist.

4. Bestimmen Sie den Definitonsbereich folgender Ausdrücke und vereinfachen Sie sie anschließend.
(a) $\frac{x}{x^2-4a^2} + \frac{2a}{x^2-4a^2}$, $a \in \mathbb{R}$ (b) $\frac{|x^8-16x^4|}{x^4|x^2-4|}$

5. Bestimmen Sie den Definitionsbereich und die Lösungsmenge folgender Gleichung
$\frac{|x+1|}{x^2+1} = \frac{|x|}{x^2}$.

6. Man bestimme alle $x \in \mathbb{R}$ für die $x^2 - 6x + 5 < 0$ gilt.

7. Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung $|x-2| - 2x \geq 11$.

8. Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung $|x-2| + |x+3| \geq 5$.