Übungsblatt 09 - Differenzial- und Integralrechnung - WS 2013/14

(Heil, Riegelnegg, Ebner, Hörl, Schütky)

1. Man bestimme das Taylorpolynom 2. Ordnung von $f(x,y) = x^3 + xy^2 + y^3$ um den Punkt $P(1,2)$.

$(x = x_0 + h = 1 + h\ ,\ y = y_0 + k = 2 + k\ ,$ i.e. $h = x - 1\ ,\ k = y - 2)$

2. Bestimmen Sie das Taylorpolynom 2. Ordnung von $f(x,y,z) = x(1 - e^y) + z\sin(x+y) + \cos z$ um den Punkt $P(0,0,0)$.

3. Die Funktion $y(x)$ sei implizit gegeben durch $(1 - x^2)e^{y^2} + x + y = 2$. Man bestimme $y'(1)$.

4. Zeigen Sie, dass das Funktionensystem $f_1(x,y,z) = z^2 - 2y - xz\ ,\ f_2(x,y,z) = yz + x^2 = 0$ in einer Umgebung des Punktes $(1,1,-1)$ nach x und y aufgelöst werden kann.

5. Gegeben sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $f(r,\varphi,z) = (x,y,z) = (r\cos\varphi, r\sin\varphi, z)$. Wann existiert eine lokale Umkehrung von f ?

6. Man bestimme die Hesse-Matrix der Funktion $f(x,y,z) = xy^2e^z$.

7. Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Zeigen Sie, dass die durch A definierte quadratische Form positiv semidefinit ist.

8. Gegeben sei die Funktion $f(x,y,z) = \cosh x + e^y - \ln z - \frac{y}{e} + \frac{z}{2}$.
Bestimmen Sie zuerst die Stelle, an der ein Extremum auftreten kann, und zeigen Sie danach, dass dort tatsächlich ein Minimum vorliegt.