Übungsblatt 08 - Differenzial- und Integralrechnung - WS 2015/16

(Grabenwarter, Knebl, Mian, Pötz, Ranftl, Weissitsch)

62. Bestimmen Sie die Richtungsableitung von $f(x,y,z) = x^3yz^2 + e^{2x}$ in Richtung des Vektors $\vec{b} = (1,1,1)^T$ im Punkt $(0,3,2)$. Bestimmen Sie außerdem die Richtung der maximalen Änderungsrate von f .

63. Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen 1. Ordnung von $f(x,y,z) = z\ln(1+\frac{x^2}{1+y^2})$.

64. Sei $f(x,y) = x^3y + e^{xy^2}$. Man bestimme alle partiellen Ableitungen bis zur 2. Ordnung.

65. Bestimmen Sie die Jacobi-Matrix der Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^4$, wobei

$$f(x,y) = \begin{pmatrix} x^2 - y \\ 1 + x + y \\ xy \\ x^2 + y^2 \end{pmatrix} .$$

66. Sei $z = \frac{y}{f(x^2-y^2)}$ und f differenzierbar. Mit Hilfe der Substitution $u(x,y) = x^2 - y^2$ und Verwendung der Quotienten- und Kettenregel zeige man $\frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$.

67. Bestimmen Sie das Taylorpolynom 2. Ordnung von
$f(x,y,z) = x(1-e^y) + z\sin(x+y) + \cos z$ um den Punkt $P(0,0,0)$.

68. Die Funktion $y(x)$ sei implizit gegeben durch $(1-x^2)e^{y^2} + x + y = 2$. Man bestimme $y'(1)$.

69. Zeigen Sie, dass das Funktionensystem $f_1(x,y,z) = z^2 - 2y - xz$, $f_2(x,y,z) = yz + x^2 = 0$ in einer Umgebung des Punktes $(1,1,-1)$ nach x und y aufgelöst werden kann.

70. Gegeben sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $f(r,\varphi,z) = (x,y,z) = (r\cos\varphi, r\sin\varphi, z)$. Wann existiert eine lokale Umkehrung von f ?