Übungsblatt 09 - Differenzial- und Integralrechnung - WS 2015/16

(Grabenwarter, Knebl, Mian, Pötz, Ranftl, Weissitsch)

71. Man bestimme die Hesse-Matrix der Funktion $f(x, y, z) = xy^2e^z$.

72. Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Zeigen Sie, dass die durch A definierte quadratische Form positiv semidefinit ist.

73. Transformieren Sie den Ausdruck $W = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}(x\frac{\partial U}{\partial x} + y\frac{\partial U}{\partial y})$ auf Polarkoordinaten.

(Hinweis: Betrachten Sie dazu $U(x, y) = U(r\cos\varphi, r\sin\varphi) = u(r, \varphi)$ und bestimmen Sie U_x, U_y mittels der Kettenregel, $U_x = u_r \cdot r_x + u_\varphi \cdot \varphi_x$ etc.)

74. Gegeben sei die Funktion $f(x, y, z) = \cosh x + e^y - \ln z - \frac{y}{e} + \frac{z}{2}$.
Bestimmen Sie zuerst die Stelle, an der ein Extremum auftreten kann, und zeigen Sie danach, dass dort tatsächlich ein Minimum vorliegt.

75. Man bestimme die relativen Extrema der Funktion $f(x, y) = \ln(x + y) - \frac{x^3}{3} - y$.

76. Man bestimme die relativen Extrema der Funktion $f(x, y) = e^{x-y} + x^3 + 3x^2 - x + y$.

77. Mit der Lagrange Methode ermittle man drei positive Zahlen x, y, z , deren Summe gleich 11 ist und wo $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} + \frac{z^2}{2}$ minimal wird.

78. Man bestimme die Kandidaten für lokale Extrema der Funktion $f(x, y, z) = x^2+xz+y^2$ unter der Nebenbedingung $x+y+z-1 = 0$. Liegen dort tatsächlich Extrema vor? (Hinweis: Verwenden Sie die Einsetzungsmethode!)