

Übungsblatt 05 - Lineare Algebra - WS 2012/13
(Glowatschnig, Walzl, Gomez-Rocha, Hopfer, Windisch)

1. Sei $F : V \rightarrow W$ linear und bijektiv. Man zeige, dass dann auch die Umkehrabbildung $F^{-1} : W \rightarrow V$ linear ist.

2. Sei $F : V \rightarrow W$ linear und v_1, \dots, v_n eine Basis von V . Man beweise, dass $\text{Im}F = \text{Span}(F(v_1), \dots, F(v_n))$.

3. Gegeben sei $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ durch $F(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 2x_2, x_2 - x_3, x_1 + 2x_3)$. Man bestimme Basen von $\text{Im}F$ und $\text{Ker}F$ und verifiziere die Dimensionsformel.

4. Unter Verwendung der Dimensionsformel bestimme man zuerst $\text{Ker}F$ und danach $\text{Im}F$ von $F : \mathbb{P}_3 \rightarrow \mathbb{P}_2$ wobei $F(a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3) = a_1 - a_0 + a_2t + a_3t^2$.

5. Sei $F : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ gegeben durch $F(z_1, z_2) = (-iz_2, iz_1)$. Man bestimme Basen von $\text{Im}F$ und $\text{Ker}F$.

6. Man berechne $A \cdot B$ wobei $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 6 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \\ -3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$.

7. Man berechne das Produkt der Matrizen $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$.

8. Man bestimme den Koordinatenvektor von $v = (4, 3, -2) \in \mathbb{R}^3$ bezüglich der Basis $(1, 1, 1)$, $(1, 1, 0)$, $(1, 0, 0)$.