Übungsblatt 08 - Lineare Algebra - WS 2012/13

(Glowatschnig, Waltl, Gomez-Rocha, Hopfer, Windisch)

1. Stellen Sie die Permutation $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ als Komposition von Transpositionen dar. Was ist das Vorzeichen von τ ?

2. Bestimmen Sie $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$ mit der Regel von Sarrus.

3. Bestimmen Sie mit Hilfe der Determinantenrechnung, für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ die Vektoren $(1,2,1)$, $(1,\alpha,-3)$, $(1,0,\alpha)$ linear abhängig sind.

4. Man bestimme $\det A$ für $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 0 \\ 2 & 5 & 7 & 1 \\ -1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

(i) durch vorherige Überführung von A in eine Matrix in Zeilenstufenform

(ii) durch Entwicklung nach der zweiten Spalte (und nachfolgender Anwendung der Regel von Sarrus)

(iii) durch Entwicklung nach der vierten Zeile (und nachfolgender Anwendung der Regel von Sarrus)

5. Man bestimme die komplementäre Matrix und die inverse Matrix von

(i) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, (ii) $A = \begin{pmatrix} i & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

6. Mit Hilfe von Determinanten untersuche man das Gleichungssystem $Ax = b$ auf eindeutige Lösbarkeit, und bestimme in diesem Fall die Lösung mittels der Cramerschen Regel.

$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & 1 \\ 1 & 1 & \alpha \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\alpha \in \mathbb{R}$

7. Sei $F : V \to V$ linear, und seien v_1 bzw. v_2 Eigenvektoren zu den Eigenwerten λ_1 bzw. λ_2 wobei $\lambda_1 \neq \lambda_2$. Beweisen Sie, dass v_1, v_2 linear unabhängig sind.