# Übungsblatt 05 - Lineare Algebra - WS 2014/15

(Dorn, Tabatabei, Jäger, Kloiber, Kofler)

30. Durch Überführung in Zeilenstufenform bestimme man eine Basis des Zeilenraumes und den Zeilenrang folgender Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \ , \ B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \ , \ C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 7 & 1 & -2 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

31. Gegeben seien die Vektoren $v_1 = (2,0,1,3)$ , $v_2 = (0,1,2,3)$ , $v_3 = (1,-1,0,0)$ , $v_4 = (0,-2,1,0)$ und $v_5 = (1,1,1,1)$ des $\mathbb{R}^4$ . Man bestimme eine Basis von $\mathrm{Span}(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$ .

32. Unter Verwendung der Zeilenstufenform untersuche man, ob die Vektoren $v_1 = (i, -1, 2i)$ , $v_2 = (1, i, 0)$ , $v_3 = (1+i, i, 2)$ des $\mathbb{C}^3$ linear unabhängig sind.

33. Sei $X$ eine beliebige Menge, $V = \mathrm{Abb}(X, \mathbb{R})$ und $\varphi : X \to X$ eine beliebige Abbildung.

Man zeige, dass $F : V \to V$ mit $F(f) = f \circ \varphi$ linear ist.

34. Zeigen Sie dass jede lineare Abbildung $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ die Form $F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n$ mit festen rellen Zahlen $a_1, a_2, \ldots, a_n$ besitzt.

35. Sei $A = \begin{pmatrix} -3 & i \\ 5 & -4 \\ 2i & 0 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$ . Wie lautet die durch $A$ definierte Abbildung $F : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^4$ ? Man bestimme $F(i, i)$ .

36. Für die lineare Abbildung $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ gelte $F(1,1,1) = 3$ , $F(0,1,-2) = 1$ , $F(0,0,1) = -2$ . Man bestimme $F(x_1, x_2, x_3)$ .