Übungsblatt 09 - Lineare Algebra - WS 2014/15

(Dorn, Tabatabei, Jäger, Kloiber, Kofler)

57. Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Mit dem in der Vorlesung angebenen Verfahren bestimme man Matrizen S, T^{-1} sodass $SAT^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

58. Man bestimme den Lösungsraum des homogenen Gleichungssystems $Ax = 0$ mit

(a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 6 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ (b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

59. Besitzt das Gleichungssystem

$2x_1 + x_2 - x_3 = 0$

$x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 0$

$-3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0$

eine nichttriviale Lösung? Falls ja, bestimme man diese.

60. Untersuchen Sie das Gleichungssystem $Ax = b$ auf Lösbarkeit, und bestimmen Sie, falls möglich, die allgemeine Lösung.

(i) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 12 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix}$

(ii) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ -1 & -4 & 8 & -3 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & -4 & -1 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

61. Man bestimme jene $a \in \mathbb{R}$, für welche das Gleichungssystem

$x_1 + x_2 - x_3 = 3$

$x_1 - x_2 + 3x_3 = 4$

$x_1 + x_2 + (a^2 - 10)x_3 = a$

(i) keine Lösung, (ii) eine eindeutig bestimmte Lösung, (iii) unendlich viele Lösungen besitzt.

62. Man bestimme jene $\alpha \in \mathbb{R}$, für welche das Gleichungssystem

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$-2\alpha x_1 + \alpha x_2 + 9x_3 = 6$$

$$2x_1 + 2x_2 + \alpha x_3 = 1$$

(i) keine Lösung, (ii) eine eindeutig bestimmte Lösung, (iii) unendlich viele Lösungen besitzt.

Bestimmen Sie konkret die Lösung für $\alpha = 1$.