Übungsblatt 11 - Lineare Algebra - WS 2014/15

(Dorn, Tabatabei, Jäger, Kloiber, Kofler)

70. Man bestimme die Eigenwerte und Eigenvektoren folgender Matrizen $(\mathbb{K} = \mathbb{R})$:

(a) $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, (b) $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 0 \\ 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}$

Sind die Matrizen A bzw. B diagonalisierbar?

71. Man bestimme die Eigenwerte und Eigenvektoren folgender Matrizen $(\mathbb{K} = \mathbb{C})$:

(a) $A = \begin{pmatrix} -2 & 1-i \\ 1+i & -1 \end{pmatrix}$, (b) $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & i \\ 0 & -i & 2 \end{pmatrix}$

Sind die Matrizen A bzw. B diagonalisierbar?

72. Zu den Matrizen A in Beispiel 1. und Beispiel 2. bestimme man jeweils eine Matrix S sodass SAS^{-1} eine Diagonalmatrix ist. Man berechne konkret das Produkt der Matrizen SAS^{-1} .

73. Man zeige: ist A eine unitäre Matrix, dann ist auch A^{-1} unitär.
(Man verwende dabei, dass $\overline{B^T} = \overline{B}^T$ für jede Matrix B gilt.)

74. Sei $V = \mathbb{R}^3$ und $s : V \times V \to \mathbb{R}$ mit $s(x,y) = x_1y_2 + x_2y_3 - x_3y_1$. Bestimmen Sie die darstellende Matrix von s bezüglich der Basis $\mathcal{B} = ((-1,0,1)\ ,\ (0,1,-1)\ ,\ (1,1,0))$.

Ist s positiv definit? Ist s nicht ausgeartet?

75. Man wende das Orthonormalisierungsverfahren von Schmidt auf folgende Vektoren des $\mathbb{R}^3$ an:

$v_1 = (1,1,1)$, $v_2 = (1,0,-1)$, $v_3 = (1,-1,0)$.