

4. Übungsblatt – Gruppe A

65. Man bestimme folgende Integrale

je (1)

$$\begin{aligned}
 & a) \int \left(5x^4 - 4x^5 - \frac{3}{x^4} \right) dx \quad b) \int \cos 3x \, dx \\
 & c) \int (1+x)^{-5} \, dx \quad d) \int \frac{\sin t}{\cos^2 t} \, dt \quad e) \int \left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{3x^2}{x^3-1} \right) dx
 \end{aligned}$$

66. Man ermittle die folgenden Integrale unter Verwendung einer geeigneten Substitution

je (2)

$$\begin{aligned}
 & a) \int x\sqrt{4-x^2} \, dx \quad b) \int \frac{(\sqrt{x}-4)^3}{\sqrt{x}} \, dx \\
 & c) \int \frac{2x}{4-x^2} \, dx \quad d) \int \frac{\cos t}{1+4\sin^2 t} \, dt
 \end{aligned}$$

67. Mittels partieller Integration berechne man

je (2)

$$\begin{aligned}
 & a) \int x \sinh 2x \, dx \quad b) \int \ln(2x+1) \, dx \\
 & c) \int x e^{5x} \, dx \quad d) \int \frac{\ln x}{x^2} \, dx
 \end{aligned}$$

68. Man ermittle die Partialbruchzerlegung des Integranden und bestimme dann die folgenden Integrale

je (2)

$$\begin{aligned}
 & a) \int \frac{x}{x-6} \, dx \quad b) \int \frac{x-9}{(x+5)(x-2)} \, dx \\
 & c) \int \frac{x^3}{(x+1)^3} \, dx \quad d) \int \frac{dx}{x^4-x^2}
 \end{aligned}$$

69. Man bestimme folgende Integrale

je (1)

$$\begin{aligned}
 & a) \int_{-2}^2 (2x^4 - 4x^2 + 9) \, dx \quad b) \int_{-1}^1 \cosh 3x \, dx \\
 & c) \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{3x+2}} \, dx \quad d) \int_1^\pi \frac{\sinh \sqrt{t}}{\sqrt{t}} \, dt \quad e) \int_{-2}^{-1} \frac{1}{4x^2-1} \, dx
 \end{aligned}$$

70. Man ermittle die folgenden uneigentlichen Integrale, falls sie existieren

je (2)

$$\begin{aligned} a) \int_0^{1/2} \frac{dx}{x(\ln x)^3} \quad & b) \int_{-2}^{-1} \frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}} dx \quad & c) \int_0^2 \frac{1}{(x-1)^2} dx \\ d) \int_0^\infty \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx \quad & e) \int_{-\infty}^\infty \frac{t}{t^2+16} dt \end{aligned}$$

71. Man skizziere den von den folgenden Kurven begrenzten Bereich und berechne dann den Flächeninhalt dieses Bereichs.

je (2)

$$a) \begin{cases} y = \frac{1}{2 + \sqrt{x}} \\ y = \frac{1}{2 - \sqrt{x}} \\ x = 1 \end{cases} \quad b) \begin{cases} y = x^3 \\ y = x \end{cases}$$

72. Man berechne das Volumen des Körpers, der durch Rotation des von den Kurven

$$y = x^2, \quad x + y = 2, \quad x = 0 \quad (x \geq 0)$$

begrenzten Bereichs um die y -Achse entsteht.

(2)

73. Man berechne den Flächeninhalt des Flächenstücks, das durch Rotation des Kurvenstücks

$$y = \sqrt{x}, \quad 4 \leq x \leq 9$$

um die x -Achse entsteht.

(2)

74. Man löse folgende Differentialgleichungen

je (1)

$$a) \quad y' = \frac{y}{x} \quad b) \quad y' = x^2(x+1) \quad c) \quad y' = \frac{2x^2}{y}$$

Die folgenden Beispiele dieses Übungsblattes zählen jeweils für (2) Punkte.

75. Man bestimme die Lösung der Differentialgleichung, die die gegebene Anfangsbedingung erfüllt.

$$x y' + y = y^2, \quad y(1) = -1$$

76. Man bestimme die allgemeine Lösung der folgenden linearen Differentialgleichungen.

$$a) \quad y' - 2y = 2x \quad b) \quad y' + 2xy = x \quad c) \quad (1+x)y' + y = 1+x$$

77. Man ermittle die Lösung des Anfangswertproblems

$$\begin{aligned} a) \quad & x y' + x y = x^2, \quad x > 0, \quad y(1) = 2 \\ b) \quad & y' + \left(\frac{1}{x} + 1\right) y = \frac{1}{x}, \quad x > 0, \quad y(1) = 0 \end{aligned}$$

4. Übungsblatt – Gruppe B

65. Man bestimme folgende Integrale

je ①

$$\begin{aligned}
 & a) \int \left(4x^3 - 3x^4 + \frac{1}{x^4} \right) dx \quad b) \int \sin 2x \, dx \\
 & c) \int (1-x)^{-9} \, dx \quad d) \int \sin t \cos^2 t \, dt \quad e) \int \left(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{\sinh x}{1 + \cosh x} \right) dx
 \end{aligned}$$

66. Man ermittle die folgenden Integrale unter Verwendung einer geeigneten Substitution

je ②

$$\begin{aligned}
 & a) \int x\sqrt{4-x^2} \, dx \quad b) \int \frac{(\sqrt{x}-4)^3}{\sqrt{x}} \, dx \\
 & c) \int \frac{2x}{4-x^2} \, dx \quad d) \int \frac{\cos t}{1+4\sin^2 t} \, dt
 \end{aligned}$$

67. Mittels partieller Integration berechne man

je ②

$$\begin{aligned}
 & a) \int x \cosh 5x \, dx \quad b) \int x^2 \ln(x^2) \, dx \\
 & c) \int x^2 e^{-x} \, dx \quad d) \int \sqrt{x} \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \, dx
 \end{aligned}$$

68. Man ermittle die Partialbruchzerlegung des Integranden und bestimme dann die folgenden Integrale

je ②

$$\begin{aligned}
 & a) \int \frac{dx}{x^2 - 5x + 6} \quad b) \int \frac{x^5 - 3}{x^3 - x^2} \, dx \\
 & c) \int \frac{3x^2 - 3x - 6}{x^3 - x} \, dx \quad d) \int \frac{x^2}{(x+1)^3} \, dx
 \end{aligned}$$

69. Man bestimme folgende Integrale

je ①

$$\begin{aligned}
 & a) \int_{-1}^1 (x^4 - 3x^2 + 4x) \, dx \quad b) \int_0^\pi \cos \frac{x}{2} \, dx \\
 & c) \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2x+3}} \, dx \quad d) \int_1^\pi \frac{\sin \sqrt{t}}{\sqrt{t}} \, dt \quad e) \int_{-1}^2 \frac{1}{x^2 - 9} \, dx
 \end{aligned}$$

70. Man ermittle die folgenden uneigentlichen Integrale, falls sie existieren

je (2)

$$\begin{aligned} a) \int_0^{1/2} \frac{dx}{x(\ln x)^2} \quad b) \int_1^2 \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3-1}} dx \quad c) \int_0^2 \frac{1}{x-1} dx \\ d) \int_2^\infty \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx \quad e) \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{t^2+9} dt \end{aligned}$$

71. Man skizziere den von den folgenden Kurven begrenzten Bereich und berechne dann den Flächeninhalt dieses Bereichs.

je (2)

$$a) \begin{cases} y = \frac{1}{3+\sqrt{x}} \\ y = \frac{1}{3-\sqrt{x}} \\ x = 2 \end{cases} \quad b) \begin{cases} y = \frac{x^3}{3} \\ y = x^2 \end{cases}$$

72. Man berechne das Volumen des Körpers, der durch Rotation des von den Kurven

$$x = y^2 + 1, \quad x = 0, \quad y = 1, \quad y = -1$$

begrenzten Bereichs um die y -Achse entsteht.

(2)

73. Man berechne den Flächeninhalt des Flächenstücks, das durch Rotation des Kurvenstücks

$$y = \sqrt{x}, \quad 4 \leq x \leq 9$$

um die x -Achse entsteht.

(2)

74. Man löse folgende Differentialgleichungen

je (1)

$$a) \quad y' = \frac{x^2}{y^2} \quad b) \quad y' = y^2 + 1 \quad c) \quad y' = y^2(x+1)$$

Die folgenden Beispiele dieses Übungsblattes zählen jeweils für (2) Punkte.

75. Man bestimme die Lösung der Differentialgleichung, die die gegebene Anfangsbedingung erfüllt.

$$x y' + y = y^2, \quad y(1) = -1$$

76. Man bestimme die allgemeine Lösung der folgenden linearen Differentialgleichungen.

$$a) \quad y' + \frac{1}{x-1} y = 1, \quad x > 1 \quad b) \quad y' + 2y = 2e^x \quad c) \quad y' = x \sin(2x) + y \tan x$$

77. Man ermittle die Lösung des Anfangswertproblems

$$\begin{aligned} a) \quad y' - 2xy = 3x^2 e^{x^2}, \quad y(0) = 5 \\ b) \quad y' + y = \frac{1}{1+e^x}, \quad y(1) = 0 \end{aligned}$$

4. Übungsblatt – Gruppe C

65. Man bestimme folgende Integrale je ①

$$\begin{aligned}
 & a) \int \left(4x^3 - 3x^4 + \frac{1}{x^4} \right) dx \quad b) \int \sin 2x \, dx \\
 & c) \int (1-x)^{-9} \, dx \quad d) \int \sin t \cos^2 t \, dt \quad e) \int \left(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{\sinh x}{1+\cosh x} \right) dx
 \end{aligned}$$

66. Man ermittle die folgenden Integrale unter Verwendung einer geeigneten Substitution je ②

$$\begin{aligned}
 & a) \int x\sqrt{x^2+1} \, dx \quad b) \int \frac{(1+3\sqrt{x})^4}{\sqrt{x}} \, dx \\
 & c) \int \frac{3x^2}{x^3+1} \, dx \quad d) \int \frac{\cos t}{1-4\sin^2 t} \, dt
 \end{aligned}$$

67. Mittels partieller Integration berechne man je ②

$$\begin{aligned}
 & a) \int t \sin t \, dt \quad b) \int x^5 \ln x \, dx \\
 & c) \int x \cosh x \, dx \quad d) \int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \, dx
 \end{aligned}$$

68. Man ermittle die Partialbruchzerlegung des Integranden und bestimme dann die folgenden Integrale je ②

$$\begin{aligned}
 & a) \int \frac{dx}{(x^2-1)(x-1)} \quad b) \int \frac{x-3}{x^2-3x+2} \, dx \\
 & c) \int \frac{4x-4}{x^2(x-2)^2} \, dx \quad d) \int \frac{x^2+8x-4}{x^3-4x} \, dx
 \end{aligned}$$

69. Man bestimme folgende Integrale je ①

$$\begin{aligned}
 & a) \int_0^2 (6x^4 + 3x^2 - 2x) \, dx \quad b) \int_0^{\pi/2} \sin 2x \, dx \\
 & c) \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{3-x}} \, dx \quad d) \int_1^\pi \frac{\cos \sqrt{t}}{\sqrt{t}} \, dt \quad e) \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2-4} \, dx
 \end{aligned}$$

70. Man ermittle die folgenden uneigentlichen Integrale, falls sie existieren

je (2)

$$\begin{aligned} a) \int_0^{1/2} \frac{\ln x}{x} dx & \quad b) \int_0^2 \frac{x}{\sqrt[3]{4-x^2}} dx & \quad c) \int_0^{10} \frac{1}{(x-3)^2} dx \\ d) \int_0^\infty \frac{1}{4+x^2} dx & \quad e) \int_{-\infty}^\infty t^2 e^{-t^3} dt \end{aligned}$$

71. Man skizziere den von den folgenden Kurven begrenzten Bereich und berechne dann den Flächeninhalt dieses Bereichs. je (2)

$$a) \begin{cases} y = \frac{1}{2 + \sqrt{x}} \\ y = \frac{1}{2 - \sqrt{x}} \\ x = 1 \end{cases} \quad b) \begin{cases} y = x^3 \\ y = x \end{cases}$$

72. Man berechne das Volumen des Körpers, der durch Rotation des von den Kurven

$$y = \frac{2}{\cos x}, \quad y = 1, \quad x = 0, \quad x = \pi/4$$

begrenzten Bereichs um die x -Achse entsteht. (2)

73. Man berechne den Flächeninhalt des Flächenstücks, das durch Rotation des Kurvenstücks

$$y = x^3, \quad 0 \leq x \leq 2$$

um die x -Achse entsteht. (2)

74. Man löse folgende Differentialgleichungen

je (1)

$$a) \quad y' = x^2 y \quad b) \quad x y' = y^2 \quad c) \quad y' = \frac{x}{y^2}$$

Die folgenden Beispiele dieses Übungsblattes zählen jeweils für (2) Punkte.

75. Man bestimme die Lösung der Differentialgleichung in, die die gegebene Anfangsbedingung erfüllt.

Dabei sind die allgemeine Lösung der Differentialgleichung und die spezielle Lösung des Anfangswertproblems nur in impliziter Form anzugeben.

$$y' = \frac{y \cos x}{1 + y^2}, \quad y(0) = 1$$

76. Man bestimme die allgemeine Lösung der folgenden linearen Differentialgleichungen.

$$a) \quad y' + y = \sin x \quad b) \quad y' + 3x^2 y = 6x^2 \quad c) \quad x^2 + xy = x y'$$

77. Man ermittle die Lösung des Anfangswertproblems

$$a) \quad y' - 2xy = 3x^2 e^{x^2}, \quad y(0) = 5$$

$$b) \quad y' + y = \frac{1}{1 + e^x}, \quad y(1) = 0$$

4. Übungsblatt – Gruppe D

65. Man bestimme folgende Integrale

je ①

$$\begin{aligned}
 a) \quad & \int \left(3x^3 - 2x^4 + \frac{4}{x^5} \right) dx & b) \quad & \int \sin 3x \, dx \\
 c) \quad & \int (1+x)^7 \, dx & d) \quad & \int \sin^2 t \cos t \, dt & e) \quad & \int \left(\frac{1}{1-x^2} + \frac{x}{x^2+1} \right) dx
 \end{aligned}$$

66. Man ermittle die folgenden Integrale unter Verwendung einer geeigneten Substitution

je ②

$$\begin{aligned}
 a) \quad & \int x\sqrt{x^2+4} \, dx & b) \quad & \int \frac{(1+\sqrt{x})^3}{\sqrt{x}} \, dx \\
 c) \quad & \int \frac{x}{x^2+9} \, dx & d) \quad & \int \frac{\sin t}{1+4\cos^2 t} \, dt
 \end{aligned}$$

67. Mittels partieller Integration berechne man

je ②

$$\begin{aligned}
 a) \quad & \int x \sinh 2x \, dx & b) \quad & \int \ln(2x+1) \, dx \\
 c) \quad & \int x e^{5x} \, dx & d) \quad & \int \frac{\ln x}{x^2} \, dx
 \end{aligned}$$

68. Man ermittle die Partialbruchzerlegung des Integranden und bestimme dann die folgenden Integrale

je ②

$$\begin{aligned}
 a) \quad & \int \frac{dx}{x^2-4} & b) \quad & \int \frac{8x}{(x^2-4)(x+2)} \, dx \\
 c) \quad & \int \frac{x}{(x-1)^3} \, dx & d) \quad & \int \frac{3x^2-33}{x^2-9} \, dx
 \end{aligned}$$

69. Man bestimme folgende Integrale

je ①

$$\begin{aligned}
 a) \quad & \int_{-2}^0 \left(5x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4 \right) dx & b) \quad & \int_{-1}^1 \sinh 2x \, dx \\
 c) \quad & \int_{-2}^0 \frac{1}{\sqrt{2-x}} \, dx & d) \quad & \int_1^\pi \frac{\cosh \sqrt{t}}{\sqrt{t}} \, dt & e) \quad & \int_2^3 \frac{1}{2x^2-1} \, dx
 \end{aligned}$$

70. Man ermittle die folgenden uneigentlichen Integrale, falls sie existieren

je (2)

$$\begin{aligned} a) \int_0^{1/2} \frac{\ln x}{x} dx & \quad b) \int_0^2 \frac{x}{\sqrt[3]{4-x^2}} dx & c) \int_0^{10} \frac{1}{(x-3)^2} dx \\ d) \int_0^\infty \frac{1}{4+x^2} dx & \quad e) \int_{-\infty}^\infty t^2 e^{-t^3} dt \end{aligned}$$

71. Man skizziere den von den folgenden Kurven begrenzten Bereich und berechne dann den Flächeninhalt dieses Bereichs.

je (2)

$$a) \begin{cases} y^2 - x^2 = 1 \\ y = 3 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x = y^2 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

72. Man berechne das Volumen des Körpers, der durch Rotation des von den Kurven

$$x = y^2 + 1, \quad x = 0, \quad y = 1, \quad y = -1$$

begrenzten Bereichs um die y -Achse entsteht.

(2)

73. Man berechne den Flächeninhalt des Flächenstücks, das durch Rotation des Kurvenstücks

$$9x = y^2 + 18, \quad 2 \leq x \leq 6$$

um die x -Achse entsteht.

(2)

74. Man löse folgende Differentialgleichungen

je (1)

$$a) \quad y' = xe^y \quad b) \quad y' = y^2 \sin x \quad c) \quad y' = \sqrt{1-y^2}$$

Die folgenden Beispiele dieses Übungsblattes zählen jeweils für (2) Punkte.

75. Man bestimme die Lösung der Differentialgleichung, die die gegebene Anfangsbedingung erfüllt.

$$y' = y^2 + 1, \quad y(1) = 0$$

76. Man bestimme die allgemeine Lösung der folgenden linearen Differentialgleichungen.

$$a) \quad y' + y = \sin x \quad b) \quad y' + 3x^2 y = 6x^2 \quad c) \quad x^2 + xy = x y'$$

77. Man ermittle die Lösung des Anfangswertproblems

$$a) \quad y' = x + y, \quad y(0) = 2$$

$$b) \quad y' - \frac{2x}{1+x^2} y = x, \quad y(0) = 0$$

4. Übungsblatt – Gruppe GEO

65. Man bestimme folgende Integrale

je ①

$$\begin{array}{ll}
 a) \int \left(2x^4 - 4x^2 + \frac{2}{x^3} \right) dx & b) \int \sin 4x dx \\
 c) \int (1-x)^9 dx & d) \int \sin \pi t \cos \pi t dt \\
 e) \int \left(\frac{1}{1+x^2} + \frac{2x}{1-x^2} \right) dx
 \end{array}$$

66. Man ermittle die folgenden Integrale unter Verwendung einer geeigneten Substitution

je ②

$$\begin{array}{ll}
 a) \int x\sqrt{x^2-9} dx & b) \int \frac{(1-\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} dx \\
 c) \int \frac{x}{x^2-4} dx & d) \int \frac{\sin t}{1-9\cos^2 t} dt
 \end{array}$$

67. Mittels partieller Integration berechne man

je ②

$$\begin{array}{ll}
 a) \int t \cos \pi t dt & b) \int x e^{2x} dx \\
 c) \int x \sinh x dx & d) \int \frac{\ln x}{x^2} dx
 \end{array}$$

68. Man ermittle die Partialbruchzerlegung des Integranden und bestimme dann die folgenden Integrale

je ②

$$\begin{array}{ll}
 a) \int \frac{dx}{x^2-5x+6} & b) \int \frac{x^5-3}{x^3-x^2} dx \\
 c) \int \frac{3x^2-3x-6}{x^3-x} dx & d) \int \frac{x^2}{(x+1)^3} dx
 \end{array}$$

69. Man bestimme folgende Integrale

je ①

$$\begin{array}{ll}
 a) \int_{-2}^0 \left(5x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4 \right) dx & b) \int_{-1}^1 \sinh 2x dx \\
 c) \int_{-2}^0 \frac{1}{\sqrt{2-x}} dx & d) \int_1^\pi \frac{\cosh \sqrt{t}}{\sqrt{t}} dt \\
 e) \int_2^3 \frac{1}{2x^2-1} dx
 \end{array}$$

70. Man ermittle die folgenden uneigentlichen Integrale, falls sie existieren

je (2)

$$\begin{aligned} a) \int_0^{1/2} \frac{\ln x}{x^2} \quad b) \int_{-1/2}^0 \frac{x}{\sqrt[3]{4x^2-1}} dx \quad c) \int_{-2}^0 \frac{1}{x+1} dx \\ d) \int_0^\infty \frac{x}{(x^2+1)^2} dx \quad e) \int_{-\infty}^\infty \frac{t}{1+t^2} dt \end{aligned}$$

71. Man skizziere den von den folgenden Kurven begrenzten Bereich und berechne dann den Flächeninhalt dieses Bereichs.

je (2)

$$a) \begin{cases} y = \cos x \\ y = \cos^2 x \\ 0 \leq x \leq \pi/2 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x = y^2 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

72. Man berechne das Volumen des Körpers, der durch Rotation des von den Kurven

$$y = 4x - x^2, \quad x = y$$

begrenzten Bereichs um die x -Achse entsteht.

(2)

73. Man berechne den Flächeninhalt des Flächenstücks, das durch Rotation des Kurvenstücks

$$y = \cosh x, \quad 0 \leq x \leq 1$$

um die x -Achse entsteht.

(2)

74. Man löse folgende Differentialgleichungen

je (1)

$$a) \quad y' = xe^y \quad b) \quad y' = y^2 \sin x \quad c) \quad y' = \sqrt{1-y^2}$$

Die folgenden Beispiele dieses Übungsblattes zählen jeweils für (2) Punkte.

75. Man bestimme die Lösung der Differentialgleichung, die die gegebene Anfangsbedingung erfüllt.

Dabei sind die allgemeine Lösung der Differentialgleichung und die spezielle Lösung des Anfangswertproblems nur in impliziter Form anzugeben.

$$x \cos x = (2y + e^{3y}) y', \quad y(0) = 0$$

76. Man bestimme die allgemeine Lösung der folgenden linearen Differentialgleichungen.

$$a) \quad y' + 4y = e^x \quad b) \quad xy' + y = \sqrt{x} \quad c) \quad x \ln x y' + y = xe^x$$

77. Man ermittle die Lösung des Anfangswertproblems

$$\begin{aligned} a) \quad xy' + 2y = x^3, \quad x > 0, \quad y(1) = 0 \\ b) \quad y' - \frac{1}{x}y = \frac{1}{x+1}, \quad x > 0, \quad y(1) = 0 \end{aligned}$$