a) $\hat{\mathbf{e}} \neq \mathbf{0}$: $\quad \lambda_1 \cdot y_1^2 + \hat{d} \cdot y_1 + \hat{e} \cdot y_2 + f = 0$

$$\lambda_1 \cdot \left(y_1^2 + \frac{\hat{d}}{\lambda_1} \cdot y_1 \right) = -f - \hat{e} \cdot y_2$$

$$\lambda_1 \cdot \left(y_1^2 + \frac{\hat{d}}{\lambda_1} \cdot y_1 \right) = -\hat{e} \left(y_2 + \frac{f}{\hat{e}} \right)$$

$$\lambda_1 \cdot \left(y_1^2 + \frac{\hat{d}}{\lambda_1} \cdot y_1 + \frac{\widehat{d^2}}{4\lambda_1^2} \right) = -\hat{e} \left(y_2 + \frac{f}{\hat{e}} \right) + \frac{\widehat{d^2}}{4\lambda_1}$$

$$\Longrightarrow \lambda_1 \cdot \underbrace{\left(y_1 + \frac{\hat{d}}{2\lambda_1} \right)^2}_{z_1^2} = -\hat{e} \underbrace{\left(y_2 + \frac{f}{\hat{e}} - \frac{\widehat{d^2}}{4\lambda_1 \hat{e}} \right)}_{z_2}$$

$$\lambda_1 \cdot z_1^2 = -\hat{e} \cdot z_2 \qquad \ldots \textbf{Parabel}$$

b) $\hat{\mathbf{e}} = \mathbf{0}$: $\quad \lambda_1 \cdot y_1^2 + \hat{d} \cdot y_1 + \hat{e} \cdot y_2 + f = 0$

$$\lambda_1 \cdot y_1^2 + \hat{d} \cdot y_1 + f = 0 \qquad \ldots \textbf{zwei parallele Geraden}$$

2) rang $A = 0$:

$$\Longrightarrow A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{Nullmatrix}$$

$$dx_1 + ex_2 + f = 0 \qquad \ldots \textbf{Gerade}$$

3. Schritt: Bestimmung der Lage und des Typs des Kegelschnittes

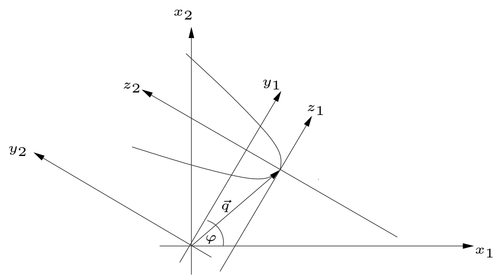

Abbildung 3.14:

Zusammenfassung für die Hauptachsentransformation falls $\det \mathbf{A} = \mathbf{0}$

1. Drehung des Koordinatensystems
2. Parallelverschiebung in den Ursprung des Kegelschnittes
3. Bestimmung der Lage und des Typs des Kegelschnittes

Beispiel 61. Man bestimme Lage und Typ des Kegelschnittes

$$x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2 - x_1 - x_2 = 0$$