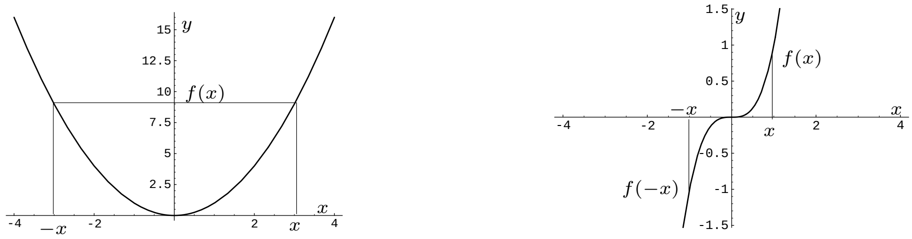

Abbildung 4.6: Symmetrische bzw. schiefsymmetrische Funktion

4.4 Monotonieverhalten von Funktionen

Definition 45.

1. Eine Funktion f heißt in einem Intervall $[a,b] \subseteq \mathbb{D}$ **monoton steigend** (wachsend), wenn gilt:
$$x_1 < x_2 \Longleftrightarrow f(x_1) \leq f(x_2) \qquad \forall\ x_1, x_2 \in [a,b]$$
2. Eine Funktion f heißt in einem Intervall $[a,b] \subseteq \mathbb{D}$ **monoton fallend**, wenn gilt:
$$x_1 < x_2 \Longleftrightarrow f(x_1) \geq f(x_2) \qquad \forall\ x_1, x_2 \in [a,b]$$
3. Gilt in den obigen Relationen an Stelle von "$\leq$" bzw. "$\geq$" sogar "$<$" bzw. "$>$", so spricht man von einer **streng monoton steigenden** bzw. einer **streng monoton fallenden** Funktion.

Beispiel 65. $f(x) = c, \qquad c \in \mathbb{R} \qquad$ (s. Abb. 4.1)
Diese Funktion ist sowohl monoton fallend als auch monoton wachsend.

Beispiel 66. $f(x) = x^2 \qquad$ (s. Abb. 4.7)

$$\text{Diese Funktion ist streng monoton} \begin{cases} \text{fallend für } x \in (-\infty, 0) \\ \text{steigend für } x \in (0, \infty) \end{cases}$$

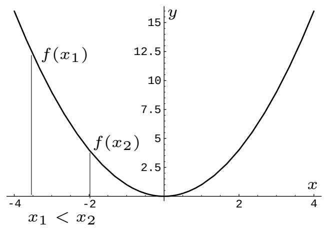

Abbildung 4.7: $y = x^2$

4.5 Rechnen mit Funktionen

4.5.1 Punktweise Rechenoperationen

$$f_1: \quad \mathbb{D}_1 \longrightarrow \mathbb{W}_1 \qquad\qquad f_2: \quad \mathbb{D}_2 \longrightarrow \mathbb{W}_2$$
$$x \longmapsto y = f_1(x) \qquad\qquad x \longmapsto y = f_2(x)$$

a) Gleichheit

$$f_1 = f_2 \quad \text{auf} \quad \mathbb{D}_1 \cap \mathbb{D}_2 \quad \Longleftrightarrow \quad f_1(x) = f_2(x) \quad \forall\ x \in \mathbb{D}_1 \cap \mathbb{D}_2$$