4. $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$ für $\lim\limits_{x\to a} g(x) \neq 0$

Folgerungen

1. $\lim\limits_{x\to a} c = c$
2. $\lim\limits_{x\to a} x = a$
3. $\lim\limits_{x\to a} x^n = a^n\,,\ n \in \mathbb{N}$
4. $\lim\limits_{x\to a} \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{a}$
5. $\lim\limits_{x\to a} [f(x)]^n = \left[\lim\limits_{x\to a} f(x)\right]^n$
6. $\lim\limits_{x\to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim\limits_{x\to a} f(x)}$

Beispiel 75.

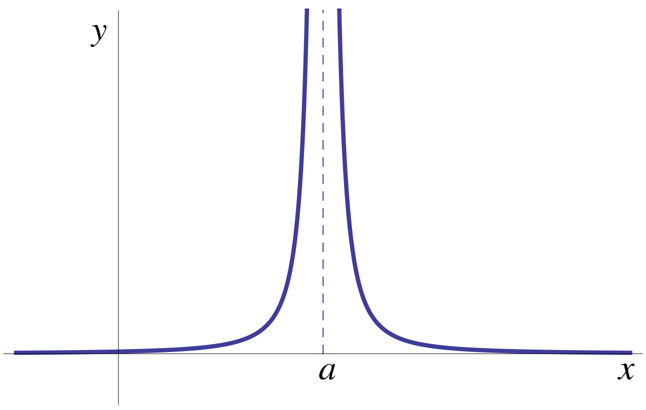
1. $\lim\limits_{x\to 5}(2x^2 - 3x + 4) = 2\lim\limits_{x\to 5} x^2 - \lim\limits_{x\to 5} x + \lim\limits_{x\to 5} 4 = 2\cdot 5^2 - 3\cdot 5 + 4 = 39$
2. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^3 + 2x^2 - 1}{5 - 3x} = \dfrac{\lim_{x\to -2}(x^3 + 2x^2 - 1)}{\lim_{x\to -2}(5 - 3x)} = -\dfrac{1}{11}$
3. $\lim\limits_{x\to 0} \sin\dfrac{\pi}{x}$ existiert nicht!

4.7.3 Grenzwerte, die „Unendlich“ enthalten

Der Ausdruck

$$\lim_{x\to a} f(x) = \infty$$

bedeutet, dass die Werte von $f(x)$ beliebig groß gemacht werden können (so groß man nur möchte), wenn man nur x nahe genug bei a (auf beiden Seiten von a) wählt.



Man sagt: „Die Funktion $f(x)$ wird **unendlich**, wenn x gegen a geht“, oder „$f(x)$ wächst über alle Grenzen, wenn x gegen a geht“. Analog wird

$$\lim_{x\to a} f(x) = -\infty$$

verwendet.
Beachte: Das Symbol ∞ ist <u>keine</u> Zahl.