Beispiel 215.

- Wasserströmung im Fluss:
  Jedem Punkt der Flussoberfläche wird eine Strömungsgeschwindigkeit zugeordnet
  ($\hat{=}$ Feldstärke)
  Die Feldlinien haben in jedem Punkt dieselbe Richtung wie die Feldstärke (s. Abb. 11.14).

- Die laminare Strömung in einer zähen Flüssigkeit in einem koaxialen Rohr folgen dem Gesetz von HAGEN-POISEUILLE: $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ R^2 - x^2 - z^2 \\ 0 \end{pmatrix}$ (siehe Abb. 11.14, mitte und rechts)

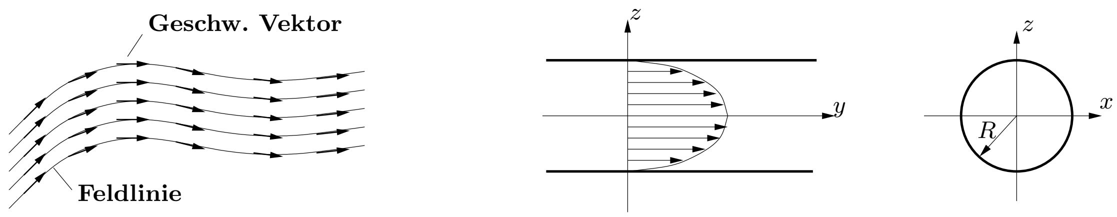

Abbildung 11.14:

Definition 96. Sei $\vec{v} = \begin{pmatrix} P(x,y) \\ Q(x,y) \end{pmatrix}$ ein Vektorfeld, dann heißt

$$\operatorname{div} \vec{v} \equiv \bigtriangledown \cdot \vec{v} := \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P(x,y) \\ Q(x,y) \end{pmatrix} = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y}$$

Divergenz von $\vec{v}$.

Das gleiche gilt für die Divergenz im $\mathbb{R}^3$:

Definition 97. Sei $\vec{v} = \begin{pmatrix} P(x,y,z) \\ Q(x,y,z) \\ R(x,y,z) \end{pmatrix}$ ein Vektorfeld, dann heißt

$$\operatorname{div} \vec{v} \equiv \bigtriangledown \cdot \vec{v} := \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P(x,y,z) \\ Q(x,y,z) \\ R(x,y,z) \end{pmatrix} = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}$$

Divergenz von $\vec{v}$.

Bemerkung 93. Die Divergenz eines Vektorfeldes ist immer eine skalare Funktion.

Bemerkung 94. Ein Vektorfeld heißt **quellenfrei** (d.h. es existieren keine Quellen bzw. Senken), falls die Divergenz verschwindet.

- $\operatorname{div} \vec{v} > 0$ ...es existieren Quellen (Ausgangspunkt von Feldlinien)

- $\operatorname{div} \vec{v} < 0$ ...es existieren Senken (Feldlinien verschwinden)