Beispiel 76.

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2} = \infty\,, \quad \lim_{x \to 0} \left(-\frac{1}{x^2}\right) = -\infty$$

Ähnliche Definitionen können für einseitige Grenzwerte getroffen werden:

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = \infty\,, \quad \lim_{x \to a^+} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = -\infty\,, \quad \lim_{x \to a^+} f(x) = -\infty$$

Beispiel 77.

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty\,, \quad \lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = \infty$$

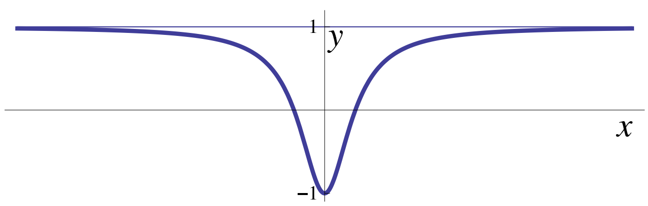
$$\lim_{x \to 3^-} \frac{2x}{3-x} = \infty\,, \quad \lim_{x \to 3^+} \frac{2x}{3-x} = -\infty$$

Beispiel 78.

$$f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1} \qquad \text{(siehe untenstehendes Bild)}$$

Wir erhalten folgende Funktionswerte

x	$f(x)$
0	-1
± 1	0
± 2	0.600000
± 3	0.800000
± 4	0.882353
± 5	0.923077
± 10	0.980198
± 50	0.999200
± 100	0.999800
± 1000	0.999998



$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = 1$$

Definition 48. Die Funktion $f(x)$ sei auf dem Intervall (a, ∞) definiert. Dann heißt

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = L$$

dass die Werte von $f(x)$ dem Wert L beliebig nahe kommen, wenn man nur x genügend groß wählt. Analog ist

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = L$$

zu verstehen: Der Grenzwert von $f(x)$ ist die Zahl L, wenn x gegen minus Unendlich strebt, oder wenn x unter alle Schranken wächst.