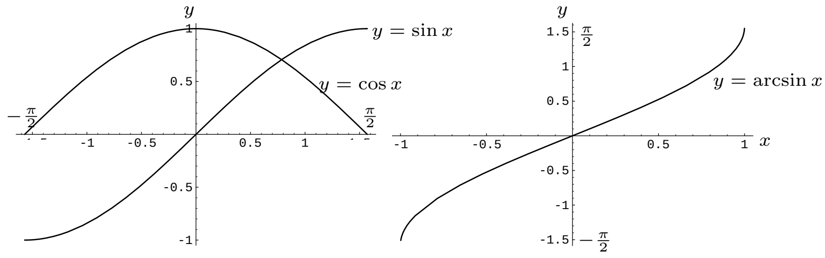

Abbildung 5.11:

Die Ableitung der Umkehrfunktion $\arcsin y$:

$$(\arcsin y)' = \frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}} = \frac{1}{\cos x}$$

Substitution:
$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \Longrightarrow \quad \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \quad \Longrightarrow \quad \cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} \ \geq 0$ für $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
In die Gleichung eingesetzt:

$$(\arcsin y)' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 x}} = \frac{1}{\sqrt{1 - y^2}}$$

5.5.2 Arcuscosinus

Die Cosinusfunktion $y = f(x) = \cos x$ mit $y' = -\sin x$ ist im Intervall $[0, \pi]$ streng monoton fallend und besitzt dort somit eine Umkehrfunktion (s. Abb. 5.12).

$$\overbrace{f : [0,\pi] \quad \longrightarrow \quad [-1,1]}^{\text{Funktion: } \cos x} \qquad \overbrace{f^{-1} : [-1,1] \quad \longrightarrow \quad [0,\pi]}^{\text{Umkehrfunktion: } \arccos y}$$

$$x \longmapsto y = f(x) = \cos x \qquad y = \cos x \longmapsto x = \arccos y$$

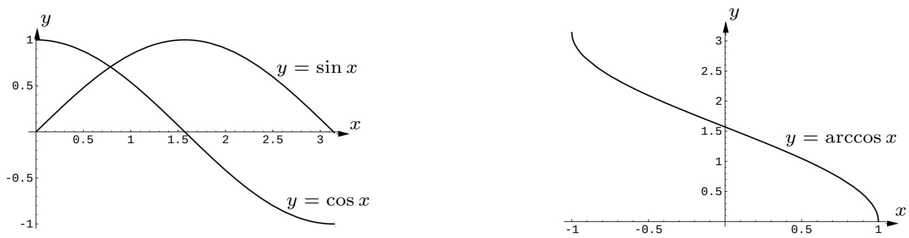

Abbildung 5.12:

Die Ableitung der Umkehrfunktion $\arccos y$:

$$(\arccos y)' = \frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}} = \frac{1}{-\sin x}$$

Substitution:
$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \Longrightarrow \quad \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \quad \Longrightarrow \quad \sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} \ \geq 0$ für $x \in [0, \pi]$
In die Gleichung eingesetzt:

$$(\arccos y)' = -\frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 x}} = -\frac{1}{\sqrt{1 - y^2}}$$