

Abbildung 10.3: Bildung der Zykloide

Bemerkung 87. Betrachtet man die bisher verwendete Parameterdarstellung von Kurven, so erkennt man, dass es möglich ist, die beteiligten Funktionen als Komponenten eines Vektors aufzufassen. Damit ergibt sich die **vektorielle Schreibweise** der Parameterdarstellung einer Kurve:

$$\begin{aligned} x &= x(t), & t &\in [a, b] \\ y &= y(t), \end{aligned} \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{x} = \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}, \quad t \in [a, b]$$

Definition 83. Die **Ableitung** der Vektorfunktion

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

ist definiert als

$$\frac{d}{dt} \vec{x}(t) \equiv \dot{\vec{x}} := \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix}$$

10.1.2 Die Polardarstellung

Definition 84. Ein Punkt im kartesischen Koordinatensystem kann nicht nur durch seine x - und y -Koordinate, sondern auch durch eine Richtung und seinen Abstand vom Ursprung festgelegt werden. Auf diese Weise erhält man die **Polardarstellung** eines Punktes (s. Abb. 10.4). Für die neuen Koordinaten (= **Polarkoordinaten**), den Radius r und den Winkel φ , gilt:

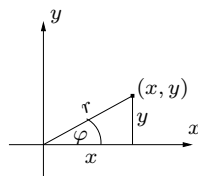


Abbildung 10.4:

$$r^2 = x^2 + y^2 \implies r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad , \quad \tan \varphi = \frac{y}{x} \implies \varphi = \arctan \frac{y}{x}$$

Für die Umrechnung in die andere Richtung gilt:

$$x = r \cos \varphi \quad , \quad y = r \sin \varphi$$

Für die Polarkoordinaten gelten üblicherweise folgende Wertebereiche:

$$0 \leq \varphi \leq 2\pi \quad , \quad r \geq 0$$

Eine Kurve kann sowohl in kartesischen Koordinaten (explizit) $y = y(x)$ als auch in Polarkoordinaten $r = r(\varphi)$ angegeben sein.