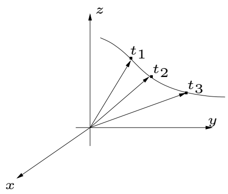

Abbildung 10.12:

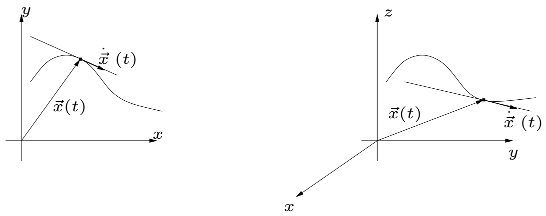

Abbildung 10.13:

Interpretation der Ableitung

1) Die geometrische Bedeutung: $\dot{\vec{x}}\,(t)$ weist in Richtung der Kurventangente.

2) Die physikalische Bedeutung: Interpretiert man t als Zeitvariable so erhält man mit $\vec{v}(t) = \dot{\vec{x}}(t)$ den **Geschwindigkeitsvektor**. Die momentane Geschwindigkeit ist durch $|\vec{v}(t)|$ gegeben.

10.2.2 Die Bogenlänge

Im Raum ergibt sich für die Bogenlänge einer Kurve in der Parameterform $\vec{x} = \vec{x}(t)$ der Ausdruck:

$$s = \int_{t_0}^{t} \underbrace{\sqrt{\dot{x}^2(\tau) + \dot{y}^2(\tau) + \dot{z}^2(\tau)}}_{|\dot{\vec{x}}(\tau)|}\; d\tau = \int_{t_0}^{t} |\dot{\vec{x}}(\tau)|\; d\tau = \int_{t_0}^{t} |\vec{v}(\tau)|\; d\tau \tag{10.6}$$

Beispiel 196. Berechne die Bogenlänge der Schraubenlinie für einen Gang. Die Schraubenlinie besitzt die Parameterdarstellung (s. Abb: 10.14):

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} a\cos t \\ a\sin t \\ h\cdot t \end{pmatrix} \quad \text{wobei gilt:} \quad \begin{array}{l} t \in \mathbb{R} \ldots \text{Parameter} \\ a, h \quad \text{sind konstant} \end{array}$$

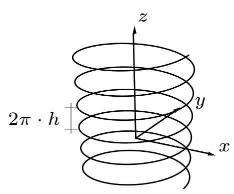

Abbildung 10.14:

Die Ganghöhe einer Schraubenlinie ist $2\pi h$.

Fall 1: $a = 0$ … Schraubenlinie entspricht einer Geraden (z-Achse)

Fall 2: $h = 0$ … Schraubenlinie entspricht einer Kreislinie in der xy-Ebene.