- Nachschlagewerke: z.B. Kamke, Gewöhnliche Differentialgleichungen
- Computeralgebrasysteme: z.B. Maple, Mathematica

**2) Numerische Methoden:** z.B. Verfahren nach Runge–Kutta

**3) Analytische Näherungsmethoden:**

- Reihenentwicklung
- Sukzessive Approximation

## 8.2 Elementare Typen von Differentialgleichungen 1. Ordnung

**Die allgemeine Lösung** einer Differentialgleichung 1. Ordnung enthält **eine** beliebige Konstante $C$. Dem entspricht geometrisch eine Schar von Kurven (= Kurvenschar) mit dem Scharparameter $C$. Betrachtet man eine spezielle Lösung, d.h. wählt man für die Konstante $C$ einen speziellen Wert, so bekommt man eine spezielle Lösungskurve.

**Definition 74.** Unter einem **Anfangswertproblem (AWP)** versteht man ein Problem, das aus folgenden zwei Bedingungen besteht:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Differentialgleichung (Dgl.):} & y' = f(x,y) \\ \text{Anfangsbedingung (AB):} & y\,(x_0) = y_0 \end{array}\right\} \quad \text{Anfangswertproblem (AWP)}$$

Gesucht ist also die Lösungskurve $y = y(x)$ der Differentialgleichung, die durch den Punkt $(x_0, y_0)$ geht.

### 8.2.1 Differentialgleichung vom Typ 1

$$\begin{aligned} y' &= f(x) \\ y(x) &= \int f(x)\ dx + C\ , \qquad C \in \mathbb{R} \qquad \text{allgemeine Lösung der Dgl. (s. Abb. 8.2 links)} \end{aligned} \tag{8.1}$$

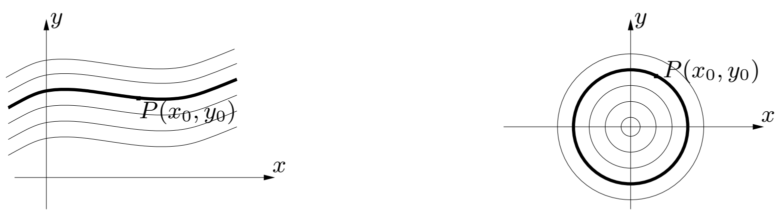


Abbildung 8.2: Mögliche Lösungen entsprechen den Kurvenscharen

### 8.2.2 Differentialgleichung vom Typ 2 (getrennte Variable)

$$\begin{aligned} & y' = \frac{f(x)}{g(y)} \quad , \qquad g(y)\cdot y' = f(x) \qquad \Longrightarrow \qquad \int g(y)\cdot \underbrace{y'\ dx}_{dy} = \int f(x)\ dx + C \\ & \int g(y)\ dy = \int f(x)\ dx + C\ , \qquad C \in \mathbb{R} \qquad \ldots \text{ allgemeine Lösung der Differentialgleichung} \end{aligned} \tag{8.2}$$

Hier liegt die allgemeine Lösung in **impliziter** Form vor. Die Auflösung nach $y$ ist oft möglich. Auf Probleme, die sich daraus ergeben, soll hier nicht näher eingegangen werden. (Lösungskurven schneiden sich z.B., etc.).