5.6.4 Eigenschaften der Logarithmusfunktion

$$y = a^x \qquad , \qquad x = \log_a y$$

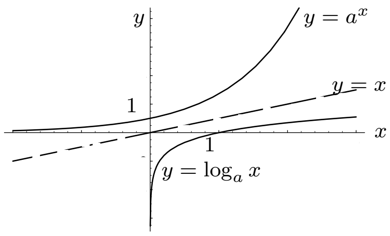
1.) für $a > 1$ gelten folgende Grenzwerte:

$$\lim_{x\to\infty} a^x = \infty \quad , \quad \lim_{x\to-\infty} a^x = 0 \quad , \quad \lim_{x\to 0^+} \log_a x = -\infty \quad , \quad \lim_{x\to\infty} \log_a x = \infty$$

Wie aus Abb. 5.16 gut ersichtlich, ist die Logarithmusfunktion nur für positive x-Werte definiert.

2. für $0 < a < 1$ gelten folgende Grenzwerte

$$\lim_{x\to-\infty} a^x = \infty \quad , \quad \lim_{x\to\infty} a^x = 0 \quad , \quad \lim_{x\to 0^+} \log_a x = \infty \quad , \quad \lim_{x\to\infty} \log_a x = -\infty$$



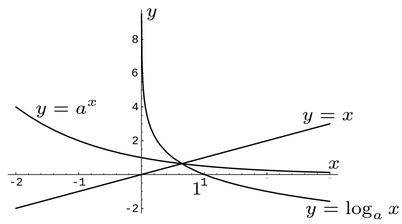


Abbildung 5.16: Exponentialfunktion und Umkehrfunktion für $a > 1$ bzw. $0 < a < 1$

Satz 32. *Sowohl für $a > 1$ als auch für $0 < a < 1$ sind Exponential- und Logarithmusfunktion streng monoton und stetig.*

5.6.5 Umrechnen bei verschiedenen Logarithmen-Basen

Gegeben seinen $x_1 = \log_a y$ und $x_2 = \log_b y$.

$$\Longrightarrow \quad a^{x_1} = b^{x_2} \quad \text{denn es gilt} \quad \begin{cases} y = a^{x_1} \\ y = b^{x_2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a^{x_1} &= b^{x_2} \qquad |\cdot \log_a \\ \log_a a^{x_1} &= \log_a b^{x_2} \\ x_1 \underbrace{\log_a a}_{=1} &= x_2 \log_a b \\ x_1 \cdot 1 &= x_2 \log_a b \qquad \Longrightarrow \qquad \log_a y = \log_b y \cdot \log_a b \qquad \Longrightarrow \qquad \log_b y = \frac{\log_a y}{\log_a b} \end{aligned}$$