

# Kapitel 7

## Das bestimmte Integral

### 7.1 Das bestimmte Integral

#### 7.1.1 Flächeninhalt unter einer Kurve

Gegeben sei eine Kurve  $y = f(x)$  mit  $f(x) \geq 0$ .

Gesucht sei der Flächeninhalt zwischen dieser Kurve und der  $x$ -Achse des kartesischen Koordinatensystems im Intervall  $[a, b]$  (s. Abb. 7.1 links).

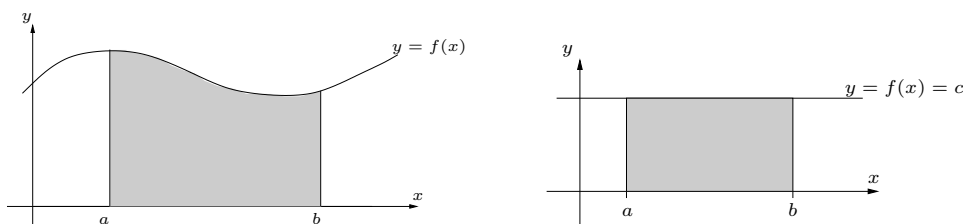


Abbildung 7.1:

**Spezialfall:**  $y = f(x) = c$ ,  $c \in \mathbb{R}$

Die Fläche dieses Spezialfalles ist bestimmt durch (s. Abb. 7.1 rechts):

$$A = (b - a) \cdot c$$

**Der allgemeine Fall:**

Durch Zerlegen des Intervalls  $[a, b]$  erhält man  $k$  Teilintervalle.

$$a = x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_N = b$$

Die Teilintervalle ergeben sich wie folgt:

$$I_n = [x_{n-1}, x_n] \quad \text{für} \quad n = 1, 2, \dots, N$$

$$[a, b] = I_1 \cup I_2 \cup \cdots \cup I_N$$

Für die Länge der einzelnen Teilintervalle gilt:

$$\Delta x_n = x_n - x_{n-1}$$

Diese Teilintervalle müssen nicht alle die selbe Länge aufweisen. Um den Flächeninhalt über dem einzelnen Teilintervall bestimmen zu können, wählt man in jedem Teilintervall einen Zwischenwert:

$$\xi_n \in I_n = [x_{n-1}, x_n]$$