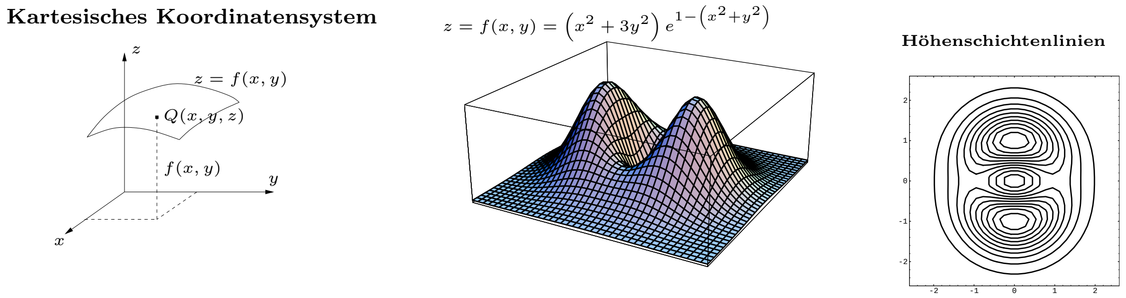


Abbildung 11.1: Darstellungen von Funktionen in 2 Variablen

Beim skizzieren von Flächen im $\mathbb{R}^3$ kann man folgendermaßen vorgehen:

1. Beachte eventuelle Symmetrien des Graphen.
2. Fehlt eine der Variablen $x, y$ oder $z$? Wenn ja, dann ist die Fläche ein "Zylinder" parallel zur Achse der fehlenden Variablen, sein "Querschnitt" ist die Kurve, die durch Gleichung in den anderen Variablen beschrieben wird.
3. Liegt die Fläche in expliziter Darstellung $z = f(x, y)$ vor, so bestimme man die Niveaulinien $f(x, y) = c$ für einige geeignete Werte von $c$ und zeichne diese Kurven. Verbinde diese Niveaulinien "glatt" miteinander.
   Zeichne eventuell die Kurven, die man erhält, wenn man $x = 0$ oder $y = 0$ o.ä. setzt.
4. Ist die Fläche in impliziter Form gegeben – $F(x, y, z) = C$ – , dann
   (a) löse nach einer der Variablen auf und gehe ev. nach Punkt 3 vor.
   (b) setze $x$ =const. und zeichen die entsprechenden Kurven in der Ebene $x$ =const. Wiederhole diese Schritte für $y$ =const und $z$ =const. Fülle das entstandene Netz von Kurven mit einer Fläche aus.

**Beispiel 200.**

$$z^2 = x^2 + y^2$$

Symmetrisch bzgl. der $x$– und der $y$–Achse.
Für $z = z_0 =$ const. erhält man konzentrische Kreise mit den Mittelpunkten auf der $z$–Achse und dem Radius $|z_0|$: $x^2 + y^2 = z_0^2$
Für $x = 0$ bzw. $y = 0$ erhält man die Geradenpaare $z = \pm y$ bzw. $z = \pm x$, d.h. die Schnittkurven der Fläche mit der $yz$–Ebene bzw. der $xz$–Ebene sind Geradenpaare.
Die Fläche ist somit ein Drehkegel mit der Spitze in $(0, 0, 0)$ (siehe Abb. 11.2).

**Beispiel 201.**

$$z = x^2 + y^2$$

Symmetrisch bzgl. der $x$– und der $y$–Achse.
Die Variable $z$ kann nur positive Werte annehmen.
Für $z = z_0 \geq 0$ ergeben sich konzentrische Kreise mit dem Radius $\sqrt{z_0}$: $x^2 + y^2 = (\sqrt{z_0})^2$
Die Schnittkurven mit der $yz$– bzw. der $xz$–Ebene ($x = 0$ bzw. $y = 0$) sind die Parabeln $z = x^2$ bzw. $z = y^2$. Die Fläche ist ein parabolischer Drehkegel (siehe Abb. 11.3).

**Beispiel 202.**

$$z = x^2$$

Die Variable $y$ tritt nicht auf.
In der $xz$–Ebene liegt eine Parabel ($z = x^2$) vor, die die Erzeugende eines Zylinders ist, da die Relation $z = x^2$ für alle $y \in \mathbb{R}$ gilt. Die Fläche ist ein parabolischer Zylinder (siehe Abb. 11.4).