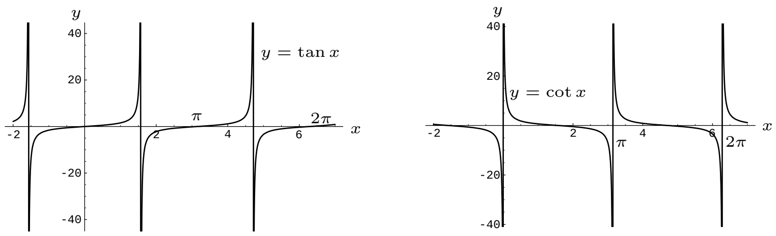

Abbildung 5.8:

4.) Monotonieverhalten

Der Tangens ist streng monoton steigend für: $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

Der Cotangens ist streng monoton fallend für: $0 < x < \pi$

5.) Symmetrie

Beide Funktionen sind ungerade (schiefsymmetrisch).

6.) Die Ableitungen

$$(\tan x)' = \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)' = \frac{\cos x \cos x - \sin x(-\sin x)}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$
$$(\cot x)' = \left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)' = \frac{\sin x(-\sin x) - \cos x \cos x}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

5.4 Weitere Differentiationsregeln

5.4.1 Die Kettenregel für zusammengesetzte Funktionen

Beispiel 91. $y = F(x) = \sin(x^2 + 1)$
Bei genauer Analyse dieser Funktion ergibt sich diese als Komposition von zwei Funktionen.

$$y = f\big(u(x)\big) \quad , \quad f(u) = \sin u \quad , \quad u(x) = x^2 + 1$$
$$y = (f \circ u)(x)$$

Satz 29. *Seien $f(u)$ und $u(x)$ differenzierbare Funktionen und gilt ferner $y = F(x) = f\big(u(x)\big)$, dann gilt:*

$$F'(x) = f'\big(u(x)\big) \cdot u'(x)$$

Formale Schreibweise:

$$\frac{dF}{dx} = \frac{dF}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

Somit ergibt sich für das Beispiel 91:

$$F(x) = \sin(x^2 + 1) \quad \Longrightarrow \quad F'(x) = \cos(x^2 + 1) \cdot 2x = 2x\cos(x^2 + 1)$$

5.4.2 Die Ableitung der Umkehrfunktion

Beispiel 92. Gegeben sei eine Funktion $f(x) = x^2$. Anhand dieses Beispiels soll das Problem der Bildung der Umkehrfunktion veranschaulicht werden.
Die Auflösung von $y = x^2$ nach x liefert zunächst: $x = \pm\sqrt{y}$.
Das ist jedoch keine Funktion! Nimmt man einen y-Wert, so findet man dazu jeweils zwei x-Werte (siehe Abb. 5.9). In diesem Fall ist keine eindeutige Umkehrung möglich.