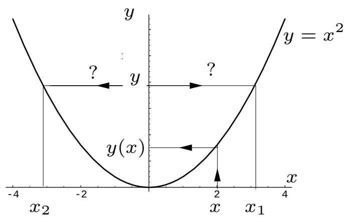

Abbildung 5.9:

Definition 56. Sei f eine stetige und streng monoton fallende bzw. steigende Funktion auf einem Intervall $[a, b]$, dann entspricht jedem y aus dem Wertebereich $\mathbb{W}$ ein eindeutig bestimmtes x im Definitionsbereich $\mathbb{D}$. Die so definierte Funktion

$$\begin{array}{rccc} \psi : & \mathbb{W} & \longrightarrow & \mathbb{D} \\ & y & \longmapsto & x = \psi(y) \end{array}$$

heißt **Umkehrfunktion** zu

$$\begin{array}{rccc} f : & \mathbb{D} & \longrightarrow & \mathbb{W} \\ & x & \longmapsto & y = f(x) \end{array}$$

Bemerkung 50. Eine in einem Intervall streng monotone Funktion besitzt wegen des Zwischenwertsatzes (siehe Satz 23) immer eine eindeutige Umkehrfunktion.

Beispiel 93. Sei die quadratische Funktion $y = f(x) = x^2$ mit $x \geq 0$ gegeben, so erhält man die Umkehrfunktion durch Auflösen nach x:

$$\begin{array}{rccc} f : & \mathbb{R}_0^+ & \longrightarrow & \mathbb{R}_0^+ \\ & x & \longmapsto & y = f(x) = x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rccc} \psi : & \mathbb{R}_0^+ & \longrightarrow & \mathbb{R}_0^+ \\ & y & \longmapsto & x = \psi(y) = \sqrt{y} \end{array}$$

Bemerkung 51. Den Funktionsgraphen der Umkehrfunktion zu einer Funktion f erhält man durch Spiegelung des Graphen von $y = f(x)$ an der Geraden $y = x$.

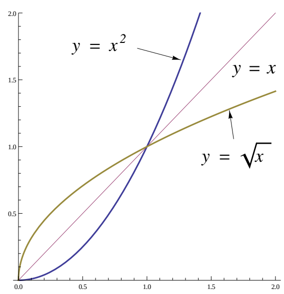

Abbildung 5.10:

Folgende Schreibweise sei vereinbart: $x = \psi(y) = f^{-1}(y)$

$f^{-1}(y)$ wird Umkehrfunktion von $f(x)$ genannt.