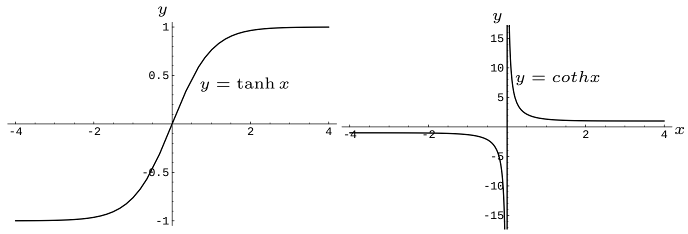

Abbildung 5.18: $\tanh x$ und $\coth x$

Die Ableitungen:

$$(\tanh x)' = \left(\frac{\sinh x}{\cosh x}\right)' = \frac{\cosh x \cosh x - \sinh x \sinh x}{\cosh^2 x} = \frac{1}{\cosh^2 x}$$

$$(\coth x)' = \left(\frac{\cosh x}{\sinh x}\right)' = \frac{\sinh x \sinh x - \cosh x \cosh x}{\sinh^2 x} = -\frac{1}{\sinh^2 x}$$

5.8 Die Area - Funktionen

Die Funktionen $\sinh x, \tanh x$ und $\coth x$ sind streng monoton. Die Umkehrfunktionen können daher direkt bestimmt werden. Beim $\cosh x$ ist es allerdings notwendig, das betrachtete Intervall auf $x \geq 0$ zu beschränken, damit die Umkehrfunktion eindeutig ermittelt werden kann. Somit ergeben sich folgende Umkehrfunktionen:

a) Der Areasinus Hyperbolicus:

$$\overbrace{f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}}^{\text{Funktion: } \sinh x} \qquad \overbrace{f^{-1} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}}^{\text{Umkehrfunktion: } \operatorname{arsinh} y}$$

$$x \longmapsto y = \sinh x \qquad y = \sinh x \longmapsto x = \operatorname{arsinh} y$$

b) Der Areacosinus Hyperbolicus:

$$\overbrace{f : \mathbb{R}_0^+ \longrightarrow [1, \infty)}^{\text{Funktion: } \cosh x} \qquad \overbrace{f^{-1} : [1, \infty) \longrightarrow \mathbb{R}_0^+}^{\text{Umkehrfunktion: } \operatorname{arcosh} y}$$

$$x \longmapsto y = \cosh x \qquad y = \cosh x \longmapsto x = \operatorname{arcosh} y$$

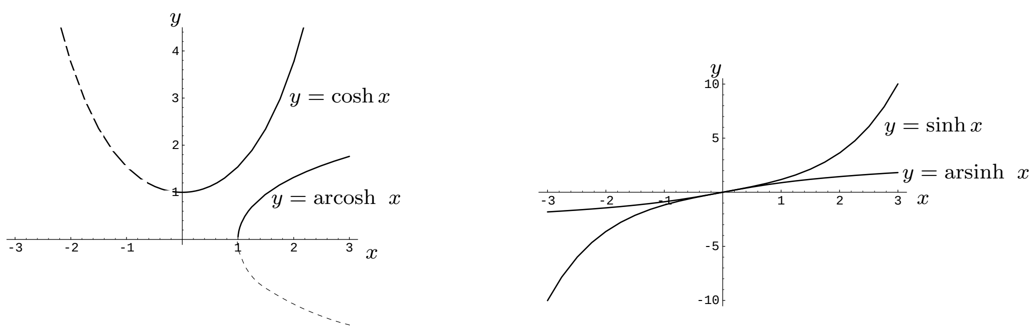

Abbildung 5.19: $\cosh x$ und $\sinh x$ und deren Umkehrfunktionen