Beispiel 185. Gesucht ist die Polardarstellung für die Kreisgleichung $x^2 + y^2 = R^2$:

$$R^2 = r^2 \cos^2 \varphi + r^2 \sin^2 \varphi = r^2 \quad \Longrightarrow \quad r = R \quad \text{für all } \varphi$$

Beispiel 186. Die Archimedische Spirale (s. Abb. 10.5): $r = a{\cdot}\varphi \quad , \quad a > 0 \quad , \quad a \in \mathbb{R}\,(\text{const.})\,,\ \varphi \geq 0$

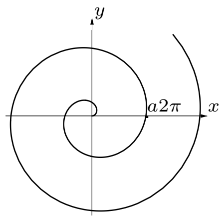

Abbildung 10.5: Archimedische Spirale

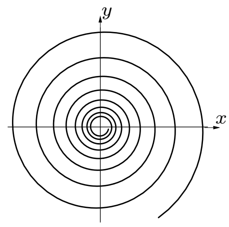

Abbildung 10.6: Logarithmische Spirale

Beispiel 187. Die Logarithmische Spirale (s. Abb. 10.6): $r = e^{-a\varphi} \quad , \quad a > 0 \quad , \quad a \in \mathbb{R} \quad , \quad \varphi \geq 0$
Für $a = 1$ ergibt sich:

$$r = e^{-\varphi} \quad \Longrightarrow \quad \lim_{\varphi\to\infty} r = \lim_{\varphi\to\infty} e^{-\varphi} = \lim_{\varphi\to\infty} \frac{1}{e^{\varphi}} = 0$$

10.1.3 Eigenschaften von ebenen Kurven

a) Die Steigung der Tangente

1) in kartesischen Koordinaten

$$y = y(x) \quad \Longrightarrow \quad k = y'(x) = \frac{dy}{dx}$$

$k \ldots$ Steigung der Tangente in einem Punkt $P(x, y)$

2) in Parameterdarstellung

$$x = x(t) \qquad , \qquad y = y(t)$$

$$y'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt}\frac{dt}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\dot{y}}{\dot{x}}$$

Für die Steigung der Tangente ergibt sich: $\qquad k = \dfrac{\dot{y}}{\dot{x}}$

Spezialfälle:

$\dot{x} = 0\,,\quad \dot{y} \neq 0 \qquad \ldots$ vertikale Tangente

$\dot{y} = 0\,,\quad \dot{x} \neq 0 \qquad \ldots$ horizontale Tangente

$\dot{x} = 0\,,\quad \dot{y} = 0 \qquad \ldots$ **singulärer Punkt**

Beispiel 188. Gesucht ist die Tangente an eine Zykloide (siehe Abb. 10.7) mit der Parameterdarstellung:

$$x = a(t - \sin t) \quad \text{und} \quad y = a(1 - \cos t)$$