**Vorgangsweise:**

Man zerlege ein solches Integral in eine Summe von uneigentlichen Integralen 1. und 2. Art.
Die Funktion $f(x)$ sei in $x_0 = a$ nicht stetig. Weiters sei $a_1 < a < b_1$ . Dann gilt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ dx = \int_{-\infty}^{a_1} f(x)\ dx + \int_{a_1}^{a} f(x)\ dx + \int_{a}^{b_1} f(x)\ dx + \int_{b_1}^{\infty} f(x)\ dx$$

Dieses Integral existiert nur, wenn alle Teilintegrale existieren, d.h. endlich sind.

## 7.6 Einige Anwendungen der Integralrechnung

### 7.6.1 Die Flächenberechnung

**1) Die Berechnung des Flächeninhalts zwischen einer Kurve und der $x$-Achse**

1. $y = f(x) \quad , \quad f(x) \geq 0 \quad \forall\ x \in [a, b]$ (s. Abb. 7.16, mitte)

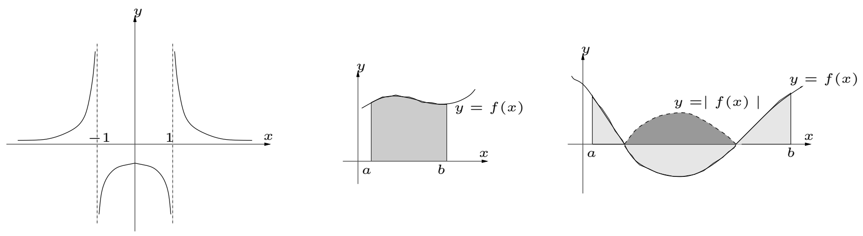


Abbildung 7.16:

Der Flächeninhalt ist definiert durch

$$A = \int_a^b f(x)\ dx$$

2. $y = f(x) \quad , \quad -\infty < f(x) < \infty \quad \forall\ x \in [a, b]$
Die Funktion besitzt wechselndes Vorzeichen (s. Abb. 7.16, rechts).
Bestimmung des Flächeninhaltes durch

$$A = \int_a^b |f(x)|\ dx$$

**Vorgangsweise:**

(a) Bestimmung der Nullstellen der Funktion $f(x)$.
(b) Summiere die Absolutbeträge der einzelnen Integrale, die sich über Teilintervalle von $[a, b]$ zwischen den Nullstellen erstrecken.

**Beispiel 138.** Gegeben sei die Kurve $f(x) = \sin x$ im Intervall $[0, 2\pi]$.

$$A = \int_0^{2\pi} |f(x)|\ dx = \int_0^{2\pi} |\sin x|\ dx = \left|\int_0^{\pi} \sin x\ dx\right| + \left|\int_{\pi}^{2\pi} \sin x\ dx\right| =$$
$$A = \left|-\cos x\Big|_0^{\pi}\right| + \left|-\cos x\Big|_{\pi}^{2\pi}\right| = |-(-1)+1| + |-1+(-1)| = |2| + |-2| = 4$$

Eine andere Möglichkeit zur Bestimmung der Fläche wäre: $A = 2\int_0^{\pi} \sin x\ dx$