Mathematik 2 SS 2020

7. Übungsblatt – Gruppe A

92. Man bestimme die Fourier-Reihen der folgenden periodischen Funktionen, wobei T die Länge der Periode angibt.
Fertigen Sie eine Skizze der Funktion an und beachten Sie eventuelle Symmetrien. je ②

(a) $$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq x \leq \pi/2 \\ -2 & \text{für } \pi/2 < x \leq \pi \end{cases} , \quad f(-x) = -f(x)\,,\; T = 2\pi$$

(b) $$f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & \text{für } -2 \leq x \leq 0 \\ x & \text{für } 0 < x \leq 2 \end{cases} , \quad T = 4$$

(c) $$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq x \leq 0.5 \\ 2x - x^2 & \text{für } 0.5 < x \leq 1 \end{cases} , \quad f(-x) = f(x)\,,\; T = 2$$

93. Man bestimme die Lösung der folgenden Saitenschwingungsprobleme je ②

a) $u_{xx} = u_{tt}\,, \quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,, \quad u(x,0) = \sin 3x\,, u_t(x,0) = 0$

b) $9u_{xx} = u_{tt}\,, \quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,, \quad u(x,0) = 0\,, u_t(x,0) = 3\sin x\ \cos x$

c) $u_{xx} = u_{tt}\,, \quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,, \quad u(x,0) = 0\,,$

$$u_t(x,0) = \begin{cases} \dfrac{3x}{\pi} & \text{für } 0 \leq x \leq \pi/3 \\ \dfrac{3(\pi - x)}{2\pi} & \text{für } \pi/3 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

94. Man löse folgende Wärmeleitungsprobleme je ②

a) $u_t = u_{xx}\,, \quad u(0,t) = u(2,t) = 0\,, \quad u(x,0) = \sin 2\pi x$

b) $u_t = u_{xx}\,, \quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,, \quad u(x,0) = x\,\sin x$

Mathematik 2 SS 2020

7. Übungsblatt – Gruppe B

92. Man bestimme die Fourier-Reihen der folgenden periodischen Funktionen, wobei T die Länge der Periode angibt.
Fertigen Sie eine Skizze der Funktion an und beachten Sie eventuelle Symmetrien.
je ②

(a) $$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq x \leq \pi/2 \\ 2 & \text{für } \pi/2 < x \leq \pi \end{cases}, \quad f(-x) = -f(x)\,,\ T = 2\pi$$

(b) $$f(x) = \begin{cases} 1 + \dfrac{x}{2} & \text{für } -2 \leq x \leq 0 \\ -\dfrac{x}{2} & \text{für } 0 < x \leq 2 \end{cases}, \quad T = 4$$

(c) $$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{für } 0 \leq x \leq 0.5 \\ 0 & \text{für } 0.5 < x \leq 1 \end{cases}, \quad f(-x) = f(x)\,,\ T = 2$$

93. Man bestimme die Lösung der folgenden Saitenschwingungsprobleme je ②

a) $u_{xx} = u_{tt}\,, \quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,, \quad u(x,0) = 0\,, u_t(x,0) = \sin 4x$

b) $4u_{xx} = u_{tt}\,, \quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,, \quad u(x,0) = 2\sin x\ \cos x\,, u_t(x,0) = 0$

c) $$u_{xx} = u_{tt}\,, \quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,, \quad u(x,0) = \begin{cases} \dfrac{2x}{\pi} & \text{für } 0 \leq x \leq \pi/2 \\ \dfrac{2(\pi - x)}{\pi} & \text{für } \pi/2 \leq x \leq \pi \end{cases},$$
$u_t(x,0) = 0$

94. Man löse folgende Wärmeleitungsprobleme je ②

a) $u_t = u_{xx}\,, \quad u(0,t) = u(3,t) = 0\,, \quad u(x,0) = \sin 3\pi x$

b) $u_t = u_{xx}\,, \quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,, \quad u(x,0) = (1 - x)\ \sin x$

Mathematik 2 SS 2020

7. Übungsblatt – Gruppe C

92. Man bestimme die Fourier-Reihen der folgenden periodischen Funktionen, wobei T die Länge der Periode angibt.
Fertigen Sie eine Skizze der Funktion an und beachten Sie eventuelle Symmetrien.
je ②

(a) $$f(x) = \begin{cases} -2 & \text{für } 0 \le x \le \pi/2 \\ -1 & \text{für } \pi/2 < x \le \pi \end{cases}, \quad f(-x) = -f(x)\,,\ T = 2\pi$$

(b) $$f(x) = \begin{cases} 2+x & \text{für } -2 \le x \le 0 \\ 1-x & \text{für } 0 < x \le 2 \end{cases}, \quad T = 4$$

(c) $f(x) = 1 - x^2\,, \quad f(-x) = f(x)\,,\ T = 2$

93. Man bestimme die Lösung der folgenden Saitenschwingungsprobleme je ②

a) $u_{xx} = u_{tt}\,, \quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,, \quad u(x,0) = \sin 6x\,, u_t(x,0) = 0$

b) $9u_{xx} = u_{tt}\,, \quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,, \quad u(x,0) = 0\,, u_t(x,0) = 4\sin 3x\ \cos 3x$

c) $u_{xx} = u_{tt}\,, \quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,, \quad u(x,0) = 0\,,$
$$u_t(x,0) = \begin{cases} \dfrac{3x}{2\pi} & \text{für } 0 \le x \le 2\pi/3 \\ \dfrac{3(\pi - x)}{\pi} & \text{für } 2\pi/3 \le x \le \pi \end{cases}$$

94. Man löse folgende Wärmeleitungsprobleme je ②

a) $u_t = u_{xx}\,, \quad u(0,t) = u(1,t) = 0\,, \quad u(x,0) = \sin 4\pi x$

b) $u_t = u_{xx}\,, \quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,, \quad u(x,0) = x\ \sin 2x$

Mathematik 2 SS 2020

7. Übungsblatt – Gruppe D

92. Man bestimme die FOURIER-Reihen der folgenden periodischen Funktionen, wobei T die Länge der Periode angibt.
Fertigen Sie eine Skizze der Funktion an und beachten Sie eventuelle Symmetrien.

je ②

$$\text{(a)}\quad f(x) = \begin{cases} 2 & \text{für } 0 \le x \le \pi/2 \\ -1 & \text{für } \pi/2 < x \le \pi \end{cases}, \quad f(-x) = -f(x)\,,\ T = 2\pi$$

$$\text{(b)}\quad f(x) = \begin{cases} -1 & \text{für } -2 \le x \le 0 \\ 1 + \dfrac{x}{2} & \text{für } 0 < x \le 2 \end{cases}, \quad T = 4$$

$$\text{(c)}\quad f(x) = \begin{cases} 2x^2 + \dfrac{1}{2} & \text{für } 0 \le x \le 0.5 \\ 0 & \text{für } 0.5 < x \le 1 \end{cases}, \quad f(-x) = f(x)\,,\ T = 2$$

93. Man bestimme die Lösung der folgenden Saitenschwingungsprobleme je ②

a) $u_{xx} = u_{tt}\,,\quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,,\quad u(x,0) = 0\,, u_t(x,0) = \sin 5x$

b) $4u_{xx} = u_{tt}\,,\quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,,\quad u(x,0) = \sin 2x\ \cos 2x\,, u_t(x,0) = 0$

c) $u_{xx} = u_{tt}\,,\quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,,\quad u(x,0) = \begin{cases} \dfrac{4x}{\pi} & \text{für } 0 \le x \le \pi/4 \\ \dfrac{4(\pi - x)}{3\pi} & \text{für } \pi/4 \le x \le \pi \end{cases},$

$u_t(x,0) = 0$

94. Man löse folgende Wärmeleitungsprobleme je ②

a) $u_t = u_{xx}\,,\quad u(0,t) = u(4,t) = 0\,,\quad u(x,0) = \sin 5\pi x$

b) $u_t = u_{xx}\,,\quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,,\quad u(x,0) = (1 - x)\sin 2x$

Mathematik 2 SS 2020

7. Übungsblatt – Gruppe GEO

92. Man bestimme die FOURIER-Reihen der folgenden periodischen Funktionen, wobei T die Länge der Periode angibt.
Fertigen Sie eine Skizze der Funktion an und beachten Sie eventuelle Symmetrien.

je ②

(a) $$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \le x \le \pi/2 \\ -2 & \text{für } \pi/2 < x \le \pi \end{cases}, \quad f(-x) = -f(x)\,,\ T = 2\pi$$

(b) $$f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & \text{für } -2 \le x \le 0 \\ x & \text{für } 0 < x \le 2 \end{cases}, \quad T = 4$$

(c) $$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \le x \le 0.5 \\ 2x - x^2 & \text{für } 0.5 < x \le 1 \end{cases}, \quad f(-x) = f(x)\,,\ T = 2$$

93. Man bestimme die Lösung der folgenden Saitenschwingungsprobleme je ②

a) $u_{xx} = u_{tt}\,,\quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,,\quad u(x,0) = 0\,, u_t(x,0) = \sin 4x$

b) $4u_{xx} = u_{tt}\,,\quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,,\quad u(x,0) = 2\sin x\ \cos x\,, u_t(x,0) = 0$

c) $$u_{xx} = u_{tt}\,,\quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,,\quad u(x,0) = \begin{cases} \dfrac{2x}{\pi} & \text{für } 0 \le x \le \pi/2 \\ \dfrac{2(\pi - x)}{\pi} & \text{für } \pi/2 \le x \le \pi \end{cases},$$
$u_t(x,0) = 0$

94. Man löse folgende Wärmeleitungsprobleme je ②

a) $u_t = u_{xx}\,,\quad u(0,t) = u(4,t) = 0\,,\quad u(x,0) = \sin 5\pi x$

b) $u_t = u_{xx}\,,\quad u(0,t) = u(\pi,t) = 0\,,\quad u(x,0) = (1-x)\sin 2x$