

## Vektoranalysis (für PhysikerInnen)

SS 2012

### 4. Übungsblatt

Aufgabe 1: Man berechne das Doppelintegral

$$\iint_B \left( xy + \frac{1}{(1+x+y)^2} \right) dx dy$$

wobei B das Innere des Dreiecks mit den Eckpunkten P(0,0), Q(0,1) und R(2,2) bezeichnet.

Aufgabe 2: Man berechne das Integral

$$\iint_B (x^2 + y^2) dx dy$$

Wobei B die zwischen den beiden Parabeln  $y = x^2$  und  $y = 3x^2 - 2$  eingeschlossene Teilmenge des  $\mathbb{R}^2$  ist.

Aufgabe 3: Die Ebene  $x_1 + 2x_2 + x_3 = 10$  wird vom Zylinder  $x_1^2 + x_2^2 = 4$ ,  $x_3 =$  beliebig durchstoßen. Berechne die Fläche jenes Ebenenteils, der innerhalb des Zylinders liegt.

Aufgabe 4:  $S := \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\} \cap \{(x, y, z) | x^2 + y^2 \leq \frac{1}{3}z^2\}$ ,  $z \geq 0$  sei der Kugelsektor mit der Oberfläche  $F = F_1 \cup F_2$

a.) Man berechne den Oberflächeninhalt der Kegelfläche  $F_1$

b.) Man berechne den Oberflächeninhalt der Kugelfläche  $F_2$

c.) Man berechne das Volumen V und den Schwerpunkt  $(x_0, y_0, z_0)$  des Kugelsektors S

(Hinweis: Schwerpunkt:  $z_0 = \frac{1}{M} \iiint_S dM z = \frac{1}{V} \iiint_S dV z$ , da Massendichte  $\rho$  nicht vom Ort abhängig.)

Aufgabe 5:  $S := \{(x, y) | -\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}, \frac{1}{2} \leq y \leq \cos x\}$

a.) Man skizziere die Menge  $S \subset \mathbb{R}^2$

b.) Man berechne das Flächenträgheitsmoment

$$I_y := \iint_S x^2 dx dy$$

mit der y-Achse als Drehachse und x dem Abstand von der Drehachse.