KFU Graz
TU Graz

V.Mader, G. Engel,
D. Tögl, D. Berger

Vektoranalysis (für PhysikerInnen) SS 2012

8. Übungsblatt

Aufgabe 1: (Satz von Gauß) Berechnen Sie das Intergral

$$I = \iint\limits_{\partial W} \begin{pmatrix} x^2 + e^{y^2+z^2} \\ y^2 + x^2 z^2 \\ z^2 - e^y \end{pmatrix} d\overrightarrow{A}$$

Wobei ∂W Die Oberfläche des Einheitswürfels ist. (Die Eckpunkte des Einheitswürfels sind $(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,0,1)$, $(1,1,0)$, $(1,0,1)$, $(0,1,1)$, $(1,1,1)$, $(0,0,0)$)

Aufgabe 2: Verifizieren Sie den Satz von Gauß für die Flußfunktion

$$\overrightarrow{F}(x,y,z) = \begin{pmatrix} xy + 1 \\ x + y^2 \\ x + z \end{pmatrix}$$

und einer Pyramide mit den Eckpunkten $(0,0,0)$, $(0,0,1)$, $(0,1,0)$, $(1,0,0)$ als Integrationsgebiet.

Aufgabe 3: Berechnen Sie den Fluß des Vektorfeldes

$$\overrightarrow{F}(x,y,z) = \begin{pmatrix} xy \\ x^2 \sin^2(z) \\ z^2 + 1 \end{pmatrix}$$

durch die halbe Kugelsphäre

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1,\ z \geq 0.$$

Wenden Sie den Gaußschen Integralsatz auf die Halbkugel an, um das Oberflächenintegral indirekt zu berechnen.

Aufgabe 4: (Satz von Green in der Ebene) Man berechne das Linienintegral

$$\oint\limits_C \left(2x^2 + y^2\right) dx + (3y - 4x)\, dy$$

Dabei bezeichnet C den positiv orientierten Rand des Dreiecks mit den Eckpunkten $A(0,0)$, $B(2,0)$, $C(4,2)$.

Aufgabe 5: Gegeben ist eine ebene, geschlossene Kurve

$$\overrightarrow{C}(t) = \begin{cases} (t, \sin(t)) & 0 \leq t \leq \pi \\ (2\pi - t, \sin(t)) & \pi \leq t \leq 2\pi \end{cases}$$

Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\oint_C xy\,dx + y\,dy$$

(a) direkt und (b) mit dem Satz von Green.