NAME : ....

MATRIKEL NR.: ....

---

25. Juni 2012

Vektoranalysis - 2. Übungstest

1) Man berechne das Linienintegral $\oint_C 2xydx + (x^2 + y)dy$, wobei C der Rand des Dreiecks mit den Eckpunkten $A(0,0)$, $B(2,0)$, $C(0,1)$ ist, welcher entgegen dem Uhrzeigersinn durchlaufen wird,

(a) direkt,

(b) mit dem Satz von Green.

2) Sei $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ und $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Man zeige

(a) $\nabla \cdot (\frac{1}{r^3}\vec{r}) = 0$,

(b) man folgere daraus, dass $\Delta(\frac{1}{r}) = 0$.

(Hinweis: Verwenden Sie die Kettenregel sowie $r_x = \frac{x}{r}$ etc.)

3) Man weise nach, dass $\vec{v} = \begin{pmatrix} e^{xz} + xze^{xz} \\ 2yz \\ x^2e^{xz} + y^2 \end{pmatrix}$ ein Gradientenfeld ist und bestimme eine Skalarfunktion ϕ mit $\nabla\phi = \vec{v}$.

4) Bestimmen Sie den Fluß des Vektorfeldes $\vec{F} = \begin{pmatrix} yz \\ xy \\ x^3 + z \end{pmatrix}$ durch die Oberfläche jenes Körpers, der durch die Flächen $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, $x^2 + y^2 = z$ begrenzt wird. Verwenden Sie den Satz von Gauß.