

22. Sei $f(\vec{x}) = g(\|\vec{x}\|)$, also eine Funktion, die nur vom Abstand des Punktes $\vec{x}$ vom Ursprung abhängt. Finden Sie eine Formel für Δf .

23. Berechnen Sie das Oberflächenintegral

$$\iint_{\mathcal{O}} y \, dy \wedge dz + z \, dz \wedge dx + x \, dx \wedge dy$$

über die Fläche

$$\mathcal{O} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = 1 - (x^2 + y^2), \quad x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

Hinweis: Verwenden Sie den Integralsatz von Gauss, um die Fläche $\mathcal{O}$ durch eine „einfachere“ Fläche zu ersetzen.

24. Berechnen Sie das Potential

$$G \iiint_K \frac{\rho}{r} \, dx \, dy \, dz$$

einer homogenen Kugelschale $R_1^2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq R_2^2$ auf einen innerhalb liegenden Punkt P , (also $\|P\| < R_1$) wobei r den Abstand des Punktes P zum laufenden Raumelement bezeichnet ($\rho, G = \text{const.}$). Berechnen Sie analog dazu das Potential auf einen festen Punkt außerhalb einer Vollkugel, also das Integral

$$G \iiint_{x^2+y^2+z^2 \leq R^2} \frac{\rho}{r} \, dx \, dy \, dz$$