28. Finden Sie für $n = 0, 1, 2$ eine Orthonormalbasis der Kugelflächenfunctionen und stellen Sie diese Funktionen dann als Funktionen von θ und ϕ (Kugelkoordinaten) dar.

29. Bestimmen Sie die Legendre-Polynome $P_n(x)$ für $n = 1, \ldots, 5$.

30. Sei P_n das n-te Legendre-Polynom. Bestimmen Sie das Integral

$$\oiint_{\|\vec{y}\|=1} P_m(\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle) P_n(\langle \vec{y}, \vec{z} \rangle)\, do(\vec{y})$$

für $\|\vec{x}\| = \|\vec{z}\| = 1$ und $m, n \in \mathbb{N}_0$.

31. Für $\|\vec{x}\| = 1$ ($\vec{x} = (x, y, z)$) sei die Funktion

$$f(\vec{x}) = P_2(x) - 3P_3(y) + P_5\left(\frac{2x - y + 2z}{3}\right)$$

gegeben. Bestimmen Sie die Lösung von $\triangle u = 0$ auf dem Inneren der Einheitskugel, die der Randbedingung $u(\vec{x}) = f(\vec{x})$ für $\|\vec{x}\| = 1$ genügt.