11. Benützen Sie
$$\int_0^\infty e^{-x^2}\,dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi},$$
um die Integrale
$$\int_0^\infty \cos(x^2)\,dx \quad \text{und} \quad \int_0^\infty \sin(x^2)\,dx$$
zu berechnen. (Hinweis: integrieren Sie $\exp(-z^2)$ über den Integrationsweg $z = t$, $t \in [0, R]$, $z = Re^{it}$, $t \in [0, \frac{\pi}{4}]$, $z = te^{\pi i/4}$, $t \in [0, R]$.)

12. Berechnen Sie das Integral
$$\int_{-\infty}^\infty e^{-\frac{x^2}{2}} e^{-ixt}\,dx$$
für $t \in \mathbb{R}$, indem Sie $e^{-\frac{z^2}{2}}$ über eine geeignete Kurve integrieren.

13. Zeigen Sie die Cauchysche Integralformel für Potenzreihen durch direkte Rechnung.

14. Sei $f(x+iy) = u(x,y)+iv(x,y)$, wobei u und v stetig differenzierbar sind. Führen Sie die Koordinatentransformation $x = \frac{1}{2}(z+\bar{z})$, $y = \frac{1}{2i}(z-\bar{z})$ durch. Wie transformieren sich die Ableitungen von f nach x und y unter dieser Transformation? Zeigen Sie, dass f genau dann in z_0 differenzierbar ist, wenn $\frac{\partial}{\partial \bar{z}} f(z_0) = 0$ gilt.

15. Zeigen Sie, dass
$$f(z) = \frac{\sinh\sqrt{z}}{\sqrt{z}}$$
eine in ganz $\mathbb{C}$ holomorphe Funktion darstellt. Dabei ist für beide Wurzeln jeweils der selbe Zweig zu wählen. Bestimmen Sie alle Nullstellen dieser Funktion.