

31. Geben Sie einen Beweis des Fundamentalsatzes der Algebra unter Verwendung des Satzes vom logarithmischen Residuum und Beispiel 20.

32. Berechnen Sie folgende Integrale

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos ax}{(x^2 + 1)^2} dx \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin ax}{x^2 + x + 1} dx$$

33. Berechnen Sie das folgende Integral

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x}{(x + 1)^2} dx$$

(Hinweis: integrieren Sie $(\log z)^2/(z + 1)^2$ über einen "Pacman".)

34. Berechnen Sie

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n + 1}.$$

35. Berechnen Sie das Integral $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi x^2} dx$, indem Sie die Funktion

$$f(z) = \frac{\exp(\pi i z^2)}{\sin \pi z}$$

über das Parallelogramm mit den Eckpunkten $\pm \frac{1}{2} \pm \frac{1+i}{\sqrt{2}} T$ integrieren und dann den Grenzübergang $T \rightarrow \infty$ ausführen.