36. Berechnen Sie folgende Integrale unter Verwendung der Residuenrechnung

$$a) \quad \int_0^{2\pi} \frac{dt}{1 - 2p\cos t + p^2} \quad (0 < p < 1) \qquad b) \quad \int_0^{2\pi} \frac{dt}{(a + b\cos^2 t)^2} \quad (a, b > 0)$$

37. Eine Folge $(a_n)_{n\geq 0}$ heißt Cesàro-limitierbar, wenn

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^{n} a_k$$

existiert. Die Folge heißt Abel-limitierbar, wenn

$$\lim_{x\to 1-} (1-x) \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

existiert. Zeigen Sie, dass aus der Cesàro-Limitierbarkeit die Abel-Limitierbarkeit zum selben Grenzwert folgt.
Hinweis: $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^n = 1/(1-x)^2$.

38. Zeigen Sie

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(n+z)^2} = \frac{\pi^2}{\sin^2 \pi z},$$

indem Sie $\oint \pi \cot \pi w (z+w)^{-2}\, dw$ über eine geeignete Kurve integrieren.

39. Zeigen Sie: Seien $|a_m| < 1$ für $m = 1, \ldots, n$ und $|b| < 1$. Dann nimmt die Funktion

$$f(z) = \prod_{m=1}^{n} \frac{z - a_m}{1 - \overline{a_m} z}$$

den Wert b im Inneren des Einheitskreises genau n mal an.

40. Sei μ ein Maß auf $I = [-1, 1]$. Zeigen Sie, dass dann

$$f(z) = \int_I \frac{d\mu(t)}{z - t}$$

eine auf $\mathbb{C} \setminus I$ holomorphe Funktion ist. Bestimmen Sie

$$\oint_{|z|=R} f(z)\, dz$$

für $R > 1$.