1. Sei $n \in \mathbb{N}$. Stellen Sie $\cos(nx)$ und $\frac{\sin((n+1)x)}{\sin x}$ als Polynome in $\cos x$ dar:

$$T_n(\cos(x)) = \cos(nx)$$
$$U_n(\cos(x)) = \frac{\sin((n+1)x)}{\sin(x)}.$$

   Geben Sie geschlossene Ausdrücke für die *erzeugenden Funktionen*

$$\sum_{n=0}^{\infty} T_n(\cos(x))z^n \quad \text{und} \quad \sum_{n=0}^{\infty} U_n(\cos(x))z^n$$

   an.

2. Berechnen Sie alle Werte von $\sqrt[4]{-1}$ und $\log(-1)$.

3. Sei $z = x + iy$. Stellen Sie Real- und Imaginärteil der Funktionen $\sin z$ und $\tanh z$ als Funktionen von x und y dar. Prüfen Sie die Gültigkeit Cauchy-Riemann-Gleichungen für diese Funktionen.

4. Seien (x, y) bzw. (r, φ) kartesische bzw. Polarkoordinaten in der z-Ebene und (u, v) bzw. (R, Φ) kartesische bzw. Polarkoordinaten in der w-Ebene. Stellen Sie die Cauchy-Riemannschen Gleichungen für $(x, y) \mapsto (R, \Phi)$, $(r, \varphi) \mapsto (u, v)$ und $(r, \varphi) \mapsto (R, \Phi)$ auf. Verwenden Sie die gefundenen Gleichungen, um alle holomorphen Funktionen zu bestimmen, für die R nur von x bzw. nur von r abhängt, etc.

5. Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\oint_{\mathcal{C}_i} \bar{z}\, dz$$

   über (1) den positiv orientierten Einheitskreis (2) über das positiv orientierte Einheitsquadrat.