11. Entwickeln Sie $\frac{e^z-1}{z}$ um $z = 0$ in eine Potenzreihe. Zeigen Sie, dass $f(z) = \frac{z}{e^z-1}$ um $z = 0$ in eine Potenzreihe entwickelt werden kann. Wie groß ist der Konvergenzradius dieser Reihe? Sei $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n!} z^n$, dann gilt $a_{2n+1} = 0$ für alle $n \geq 1$.

12. Zeigen Sie, dass
$$f(z) = \frac{\sinh \sqrt{z}}{\sqrt{z}}$$
eine in ganz $\mathbb{C}$ holomorphe Funktion darstellt. Dabei ist für beide Wurzeln jeweils der selbe Zweig zu wählen. Bestimmen Sie alle Nullstellen dieser Funktion.

13. Zeigen Sie den Satz von Pringsheim: Sei
$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n \quad \text{mit } \forall n \in \mathbb{N} : a_n \geq 0$$
und habe die Reihe den Konvergenzradius $R = 1$. Dann ist f um $z = 1$ nicht holomorph. (Hinweis: entwickeln Sie um einen Punkt $z_0 \in (0, 1)$ und ordnen Sie die Reihe um.)

14. Verwenden Sie die Cauchyschen Abschätzungen für $f(z) = \exp(z)$, um die Ungleichung
$$n! \geq \left(\frac{n}{e}\right)^n$$
zu beweisen.

15. Seien P und Q Polynome und es gelte $\deg P \leq \deg Q - 2$. Was können Sie über
$$\lim_{R\to\infty} \oint\limits_{|z|=R} \frac{P(z)}{Q(z)}\, dz$$
aussagen? Was geschieht, wenn $\deg P = \deg Q - 1$?