

25. Bestimmen Sie die konjugiert harmonische Funktion zu

$$u(x, y) = e^x((x + 1) \cos y - y \sin y).$$

26. Bestimmen Sie jene Lösung von  $\Delta u = 0$ , für die

$$u(\cos t, \sin t) = t(2\pi - t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

27. Finden Sie ein Analogon zur Poissonschen Integralformel für harmonische Funktionen in der oberen Halbebene unter der Annahme, dass die Funktionen hinreichend stark abfallen, um den Grenzübergang

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \oint_{C_R} \frac{f(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta$$

für  $C_R = \partial\{z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq R, \Im(z) \geq 0\}$  zu gewährleisten. Hinweis:  $\oint_{C_R} \frac{f(\zeta)}{\zeta - \bar{z}} d\zeta = 0$ .

28. Eine Reihe  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  mit Partialsummen  $s_n = \sum_{k=0}^n a_k$  heißt Cesàro-summierbar, wenn

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n s_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \left(1 - \frac{k}{n+1}\right) a_k$$

existiert. Die Reihe heißt Abel-summierbar, wenn

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

existiert. Zeigen Sie, dass aus der Cesàro-Summierbarkeit die Abel-Summierbarkeit zum selben Grenzwert folgt.

Hinweis:  $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^n = 1/(1-x)^2$ .