

Hausübung

1. Implementiere eine Funktion, die mittels der Fast-Fourier-Methode die Callpreise in Abhängigkeit der Inputparameter Laufzeit T , Damping-Parameter α , Modell-Parameter, Anzahl der Summanden $n = 2^i$ und Schrittweite η für die numerische Integration berechnet. Nun verwende diese Funktion, um im Heston-Modell mit den Parametern $\kappa = 0.6067$, $\theta = 0.0707$, $\lambda = 0.2928$, $\rho = -0.7571$, $v_0 = 0.0654$, $S_0 = 1$, $r = 0.03$ für Laufzeiten von 3, 6 und 12 Monaten, sowie für $\alpha = 0.75$ folgende Tests durchzuführen:
 - Wähle $\eta = 0.125$. Wie sollte i gewählt werden um 1. die Callpreise an genügend Stützstellen berechnen zu können und 2. Genauigkeit der FFT-Methode garantieren zu können? (Die Genauigkeit überprüfe man mittels einer einfachen numerischen Integration)
 - Was geschieht, wenn man η größer bzw. kleiner wählt: Wie verändern sich die Strikes deren Callpreise man berechnet und die Genauigkeit des FFT-Algorithmus?
 - Wieviele Strikes können mittels eines einfachen numerischen Integrationsverfahren in der selben Zeit, die ein FFT-Verfahren mit $i = 11$ benötigt, berechnet werden?

Weder die einfache numerische Integration noch der FFT-Algorithmus muss selbstgeschrieben sein. Beide können aus Software-Paketen kommen. Die Wahl der Programmiersprache ist frei.

2. Implementiere eine MC-Simulation für einen Variance-Gamma-Prozess, die dessen Darstellung als subordinierte Brownsche Bewegung ausnützt (genauer: simuliere den Time-Change und eine Brownsche Bewegung und setze beide so zusammen, dass ein VG-Prozess entsteht). Erzeuge nun 10.000 Pfade um den Preis eines Asiatischen Calls mit monatlichen Beobachtungen, einer Laufzeit von 2 Jahren und Payoff

$$\left(\frac{1}{24} \sum_{i=1}^n S_{t_i} - K \right)^+,$$

mit $t_i = i/12$ ($i = 1, \dots, 24$), zu schätzen. Der Strike sei $K = 1.1$ und die Parameter des V-G-Modells seien $C = 1.3574$, $G = 5.8704$, $M = 14.2699$, $S_0 = 1$ und $r = 0.03$.

(Achtung: Man muss zunächst die Parameter κ , θ und σ berechnen – Notation wie auf den Folien.)