

Die heutigen Übungen sollen mit dem Computeralgebrasystem **Sage** gelöst werden. Die Lösung der Beispiele soll auf möglichst kompakte Weise erfolgen. Wenn zum Beispiel eine Funktion für mehrere Werte berechnet werden soll, soll das mittels einer geeigneten Schleifen oder Listen Operation erfolgen, und **nicht** alle Werte einzeln eingetippt werden. Zwischenergebnisse welche in einem weiteren Berechnungsschritt benötigt werden, sollen in eine Variable gespeichert und weiterverwendet werden (**nicht** neu eintippen).

## Übung 19.

$$\pi = 3 + 3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\binom{2n}{n}}{(2n+1)16^n}$$

- (a) Schreiben Sie eine Funktion `pi_approx(k, d)` die die ersten  $k$  Summanden der obigen Reihe berechnet um eine Approximation von  $\pi$  zu erhalten. Die Rechnungen sollen auf  $d$  Stellen genau erfolgen.
- (b) Wieviele Summanden  $k$  werden benötigt um  $\pi$  auf  $d = 20, 40, \dots, 200$  Nachkommastellen genau zu berechnen? Erzeugen Sie eine Graphik in der die Wertepaare  $(d, k)$  eingezeichnet sind.

**Übung 20.** Die *Legendre-Polynome* sind definiert durch die Rekursionsformel:  
 $P_0(x) = 1$ ,  $P_1(x) = x$  und für  $n > 1$ :

$$(n+1)P_{n+1}(x) = (2n+1)xP_n(x) - nP_{n-1}(x)$$

- (a) Schreiben Sie eine Funktion `legendre(n)` die das  $n$ -te Legendre-Polynom berechnet.
- (b) Schreiben Sie eine Tabelle der ersten 10 Legendre-Polynome in die Datei `tabelle.tex`. Schreiben Sie ein  $\LaTeX$ -Dokument `legendre.tex` welches die Datei `tabelle.tex` einliest und die Tabelle ausgibt. Das Ergebnis soll ungefähr folgendermassen aussehen:

$$\begin{aligned} P_0(x) &= 1 \\ P_1(x) &= x \\ &\vdots \end{aligned}$$

- (c) Erzeugen Sie den Graphen der Legendre-Polynome  $P_0(x), \dots, P_5(x)$  (alle Polynome sollen gemeinsam in ein Bild gezeichnet werden).
- (d) Finden Sie heraus wie man Sage Grafiken in eine PDF-Datei exportieren kann. Exportieren Sie den Graphen aus Punkt (c) und binden Sie in das Dokument `legendre.tex` ein.
- (e) Berechnen Sie `legendre(200)`.

**Hinweis:** Falls sie Punkt (a) nicht lösen, können Sie für die Punkte (b)-(d) auch die eingebaute Funktion `legendre_P` verwenden.